УДК 622.323.05

СИСТЕМА ИДЕНТИФИКАЦИИ МОМЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРИВОДНОЙ СИСТЕМЫ

В. С. Хилов, канд. техн. наук (НГУ, Днепропетровск)

Виконано порівняльний аналіз ідентифікатора Люенбергера та астатичного спостерігача. Установлено, що на основі астатичного спостерігача можна не тільки визначити зовнішнє збурення, але й ідентифікувати вектор стану системи.

Постановка проблемы. В ряде производственных механизмов для поддержания нормального протекания технологического процесса необходимо знать постоянно изменяющееся значение момента сопротивления на рабочем органе [1, 2]. Оценка этого значения по току якоря (привод постоянного тока с двигателем независимого возбуждения) или по моментообразующей составляющей тока статора асинхронного двигателя (привод переменного тока с ориентацией переменных по вектору потокосцепления ротора) приводит к появлению погрешности из-за того, что в приводной системе не учитываются активные потери, которые нелинейно зависят от величины тока. Поэтому для наиболее точного учета значения момента сопротивления на рабочем органе исполнительного механизма воспользуемся методами идентификации при наличии на входах системы неизмеряемых возмущений.

Анализ публикаций. При синтезе системы идентификации момента сопротивления на рабочем механизме по параметрам приводной системы за исходную принимаем систему переменного тока. Система дифференциальных уравнений, описывающих динамику асинхронного двигателя в системе координат, связанных с вектором потокосцепления ротора, имеет вид [3]

$$\left.\begin{aligned}
&d\psi_r / dt = -R_r \psi_r / L_r + k_r R_r I_{s1};\\
&dI_{s1} / dt = -\left(R_s + k_r^2 R_r\right)/ L'_s I_{s1} + k_r R_r /\left(L'_s L_r\right)\psi_r + \omega_{\psi r} I_{s2} + 1/ L'_s U_{s1};\\
&dI_{s2} / dt = -\left(R_s + k_r^2 R_r\right)/ L'_s I_{s2} - \omega_{\psi r} I_{s1} - k_r / L'_s p_n \psi_r \omega + 1/ L'_s U_{s2};\\
&d\omega / dt = \left(k_m \psi_r I_{s2} - M_c\right)/J,
\end{aligned}\right\}$$

где ψ_r, L_r и R_r – соответственно потокосцепление, индуктивность и резистивное сопротивление ротора; I_{s1} и I_{s2} – реактивная и активная составляющие тока статора двигателя; R_s и L'_s – резистивное сопротивление и индуктивность статора; ω_1 и $\omega_{\psi r}$ – угловые частоты вращения ротора и потокосцепления ротора; p_n – число пар полюсов обмотки статора; U_{s1} и U_{s2} – реактивная и активная составляющие напряжения статора; $k_r = M_m / L_r$; M_m – взаимная индукция между статором и ротором (индуктивность контура намагничивания); $k_s = M_m / L_s$; σ – коэффициент рассеяния, $\sigma = 1 - k_s k_r$; $L'_s = \sigma L_s$; $k_m = 3 p_n k_r / 2$; J – момент инерции ротора; M_c – момент сопротивления на валу двигателя.

Координатная система ориентирована по направлению вектора потокосцепления ротора, благодаря чему имеется возможность раздельного регулирования потокосцепления ротора и активной составляющей тока статора. Это позволяет синтезировать систему с нормированными динамическими показателями, контролирующую по одному каналу потокосцепление и реактивный ток статора, а по другому каналу – частоту вращения ротора и активную составляющую статорного тока.

Динамические процессы в канале управления по активной (моментообразующей) составляющей тока статора двигателя описываются следующими уравнениями:

$$\left.\begin{aligned} dI_{s2}/dt &= -\left(R_s + k_r^2 R_r\right)/L_s' I_{s2} - \omega_{\psi r} I_{s1} - k_r / L_s' p_n \psi_r \omega + 1/L_s' U_{s2}; \\ d\omega/dt &= 3 p_n k_r / (2J) \psi_r I_{s2} - 1/J M_c. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Полагаем, что потокосцепление ротора поддерживается на постоянном уровне по каналу управления реактивной (потокообразующей) тока статора двигателя. Компенсация перекрестной связи и электродвижущей силы частоты вращения осуществляется путем введения дополнительных связей, устраняющих возмущающие действия от указанных воздействий. Компенсация перекрестной связи проводится путем развязки каналов управления. Прямая компенсация использует сигналы, пропорциональные произведению мгновенной частоты вращения вектора потокосцепления ротора $\omega_{\psi r}$ и реактивной составляющей тока статора двигателя, а также произведению частоты вращения ротора и текущего значения потокосцепления ротора.

После указанных упрощений, формируя вектор состояния в виде матрицы

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{s2} \\ \omega \end{pmatrix}$$

и обозначая $k_m = 3 p_n k_r / 2$, удобно представить рассматриваемый объект в виде системы линейных дифференциальных уравнений, записанных в матричной форме:

$$\left.\begin{aligned} \dot{X} &= AX + BU + W \\ Y &= CX \end{aligned}\right\}, \quad (2)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} -\left(R_s + k_r^2 R_r\right)/L_s' & -k_r p_n \psi_r / L_s' \\ k_m \psi_r / J & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1/L_s' \\ 0 \end{pmatrix}, \quad W = \begin{pmatrix} 0 \\ -M_c / J \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Материалы исследования. Исследуем задачу определения момента сопротивления на рабочем органе (M_c), используя известные методы идентификации внешних воздействий, недоступных для непосредственного измерения. Рассматриваемые методы применяют так называемый наблюдатель, то есть работающую параллельно с объектом его математическую модель. При этом основное внимание уделяется вопросу устойчивости системы, которая обеспечивается надлежащим выбором ее собственных чисел (мод) на комплексной плоскости.

I. Идентификатор Люенбергера [4]. Наблюдающее устройство конструируется в виде математической модели, которая описывается системой

$$\dot{\hat{X}} = A\hat{X} + BU + L\left(Y - C\hat{X}\right), \tag{3}$$

где A, B, C, Y, U – те же, что и в системе уравнений (2); $L = \left(l_1 \quad l\right)^T, C \cdot \hat{X}$; $C\hat{X}$ – оценочные значения выходного сигнала Y. Таким образом, в (3) разность выходов объекта и модели $Y - C\hat{X}$ введена в каждое уравнение и вместе с матрицей L корректирует наблюдатель. Если определить ошибку оценивания как $\tilde{X} = \hat{X} - X$, то вычитая (2) из (3), получим

$$\dot{\tilde{X}} = \left(A - LC\right)\tilde{X} - W . \tag{4}$$

В случае отсутствия возмущающего воздействия $(W \equiv 0)$ можно выбрать элементы корректирующей матрицы L таким образом, чтобы система $\dot{\tilde{X}} = (A - LC)\tilde{X}$ была асимптотически устойчивой, то есть, чтобы выполнялось условие $\lim\limits_{t \to \infty} \tilde{X}(t) = 0$.

Известно [5], что в том случае, если объект

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + BU; \\ Y &= CX, \end{aligned} \tag{5}$$

является полностью наблюдаемым, то можно выбрать характеристический полином матрицы A–LX с произвольным желаемым набором корней. Условие полной наблюдаемости состоит в том, что ранг матрицы наблюдения $Q_{\text{н}} = \left(C^T \vdots A^T C^T \vdots \left(A^T\right)^2 C^T \vdots \ldots \vdots \left(A^T\right)^{n-1} C^T\right)$ должен совпадать с порядком системы n.

В нашем случае $Q_{\text{н}} = \left(C^T \vdots A^T C^T\right) = \begin{pmatrix} 0 & -k_r p_n \psi_r / L'_s \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ранг матрицы $Q_{\text{н}}$ равен двум, что совпадает с порядком системы – условие полной наблюдаемости выполнено.

Следовательно, выбирая должным образом матрицу L, можно восстановить вектор состояния X объекта. Это справедливо и тогда, когда $W \neq 0$. Однако в таком случае это внешнее воздействие должно подаваться не только на объект, но и на наблюдатель.

Если последнее условие не может быть выполнено, существует возможность оценить внешнее возмущение, пользуясь моделью (3).

Рассмотрим этот вопрос подробнее, записав уравнение (4) поэлементно:

$$\left.\begin{aligned}\dot{\tilde{x}}_1 &= (a_{11}-l_1)\tilde{x}_1 + a_{12}\tilde{x}_2;\\ \dot{\tilde{x}}_2 &= (a_{21}-l_2)\tilde{x}_1 - w.\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Здесь для удобства элементы матрицы A обозначены $a_{ij}(i,j=1,2)$; $w=-M_c/J$. В дальнейшем предполагаем, что w = const хотя бы в течение времени переходного процесса. Характеристический многочлен системы (6) имеет вид

$$P(\lambda)=\lambda^2+(l_1-a_{11})\lambda+a_{12}(l_2-a_{21}), \tag{7}$$

а характеристический полином объекта (2)

$$P_0(\lambda)=\lambda^2-a_{11}\lambda-a_{12}a_{21}. \tag{8}$$

Корни последнего уравнения определяются равенствами

$$\lambda_{1,2}^0=\frac{a_{11}}{2}\pm\sqrt{\frac{a_{11}^2}{4}+a_{12}a_{21}} \text{ или } \lambda_{1,2}^0=-\frac{R_s+k_rR_r}{2L_s'}\pm\sqrt{\left(\frac{R_s+k_r^2R_r}{2L_s'}\right)^2-\frac{3}{2}\frac{k_r^2p_n^2\psi_r^2}{JL_s'}}. \tag{9}$$

Для обеспечения достаточной скорости сходимости процесса идентификации будем выбирать элементы матрицы L так, чтобы нули многочлена (7) лежали левее корней $P_0(\lambda)$. При этом воспользуемся стандартными формами:

1) биноминального распределения корней;

2) распределения Баттерворта.

В первом случае имеем:

$$\lambda^2+(l_1-a_{11})\lambda+a_{12}(l_2-a_{21})=(\lambda+\beta)^2,$$

откуда

$l_1=a_{11}+2\beta,\ l_2=a_{21}+\beta^2/a_{12}$ или $l_1=-(R_s+k_r^2R_r)/L_s'+2\beta,\ l_2=k_m\psi_r/J-\beta^2L_s'/(k_rp_n\psi_r)$; здесь β имеет численное значение, превосходящее в 2…3 раза модуль вещественной части корней (9), то есть $\beta=(2\ldots3)\cdot\left|\mathrm{Re}\lambda_{1,2}^0\right|=(2\ldots3)\cdot(R_s+k_r^2R_r)$.

Решая систему уравнений (6) с нулевыми начальными условиями, для указанного расположения корней получим

$$\tilde{x}(t)_1=-\frac{a_{12}w}{\beta^2}+\frac{a_{12}w}{\beta^2}e^{-\beta t}+\frac{a_{12}w}{\beta}te^{-\beta t} \text{ или } \tilde{x}_1(t)=-\frac{k_rp_n\psi_r}{JL_s'}M_c\left[\frac{1}{\beta^2}-\frac{t}{\beta}e^{-\beta t}-\frac{1}{\beta^2}e^{-\beta t}\right]. \tag{10}$$

Из соотношения (10) очевидно, что

$$\lim_{t\to\infty}\tilde{x}_1(t)=M_c/K_1,\ K_1=-JL_s'\beta^2/(k_rp_n\psi_r). \tag{11}$$

Таким образом, установившееся значение ошибки оценивания величины x_1 (то есть I_{s2}) позволяет определить момент сопротивления M_c.

Если корни многочлена $P(\lambda)$ выбирать, пользуясь распределением Баттерворта

$$\lambda^2 + (l_1 - a_{11})\lambda + a_{12}(l_2 - a_{21}) = \lambda^2 + \sqrt{2}\,\beta\lambda + \beta^2,$$

получим

$$l_1 = a_{11} + \sqrt{2}\,\beta; \quad l_2 = a_{21} + \beta^2 / a_{12}$$

или
$$l_1 = -(R_s + k_r^2 R_r)/L'_s + \sqrt{2}\beta; \quad l_2 = k_m\psi_r / J - L'_s\beta^2 / (k_r p_n \psi_r).$$

В этом случае решение $\tilde{x}_1(t)$ для системы (6) примет вид

$$\tilde{x}_1(t) = M_c / K_1 \cdot \left[1 - \sqrt{2}\, e^{-\frac{\beta t}{\sqrt{2}}} \sin\left(\beta t / \sqrt{2} + \pi / 4\right)\right]. \tag{12}$$

В пределе при $t \to \infty$ приходим к прежнему результату (11).

II. Астатическое наблюдающее устройство [6]. Из проведенных исследований следует, что наблюдатель Люенбергера позволяет идентифицировать возмущения, не поддающиеся непосредственному измерению, однако при этом теряется возможность идентифицировать вектор состояния системы.

Чтобы избежать указанного недостатка, воспользуемся астатическим наблюдателем [6]. Он отличается от наблюдателя Люенбергера наличием в математической модели интегрального слагаемого, учитывающего накопление ошибки $\tilde{x}_1(t)$, вызванной приложенным к объекту внешним возмущением.

Для системы (2) такой наблюдатель описывается уравнениями

$$\left.\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1(t) &= a_{11}\hat{x}_1 + a_{12}\hat{x}_2 + l_1(x_1 - \hat{x}_1) + u, \\ \dot{\hat{x}}_2(t) &= a_{21}\hat{x}_1 + l_2(x_1 - \hat{x}_1) + k\int_0^t (x_1 - \hat{x}_1)\,d\tau, \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

где $u = U_{s1}/L'_s$; k – неизвестный пока коэффициент, который так же, как l_1 и l_2, зависит от положения корней характеристического многочлена системы уравнений, полученной для ошибки оценивания $\tilde{X} = \hat{X} - X$:

$$\left.\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1 &= (a_{11} - l_1)\tilde{x}_1 + a_{12}\tilde{x}_2, \\ \dot{\tilde{x}}_2 &= (a_{21} - l_2)\tilde{x}_1 - k\int_0^t \tilde{x}_1(\tau)\,d\tau - w. \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

Систему интегро-дифференциальных уравнений (14) удобно решать операционным методом, используя преобразования Лапласа (при нулевых начальных условиях).

Характеристический полином определился следующим образом:

$$P(\lambda) = \lambda^3 + (l_1 - a_{11})\lambda^2 + a_{12}(l_2 - a_{21})\lambda + ka_{12}. \tag{15}$$

Выбор корней, приводящий $P(\lambda)$ к биному $(\lambda+\beta)^3$, дает уравнения

$$l_1 = a_{11} + 3\beta; \quad l_2 = a_{21} + 3\beta^2 / a_{12}; \quad k = \beta^3 / a_{12}$$

или после подстановки коэффициентов объекта идентификации

$$l_1 = -\left(R_s + k_r^2 R_r\right) / L_s' + 3\beta;$$
$$l_2 = k_m \psi_r / J - 3L_s'\beta^2 / \left(k_r p_n \psi_r\right);$$
$$k = -L_s'\beta^3 / \left(k_r p_n \psi_r\right).$$

В этом случае имеем

$$\tilde{x}_1(t) = -M_c t^2 e^{-\beta t} K_2, \qquad K_2 = -2JL_s' / \left(k_r p_n \psi_r\right). \tag{16}$$

Если воспользоваться стандартной формой Баттерворта

$$\lambda^3 + \left(l_1 - a_{11}\right)\lambda^2 + a_{12}\left(l_2 - a_{21}\right)\lambda + ka_{12} = \lambda^3 + 2\beta\lambda^2 + 2\beta^2\lambda + \beta^3,$$

то получим

$$l_1 = a_{11} + 2\beta; \quad l_2 = a_{21} + 2\beta^2 / a_{12}; \quad k = \beta^3 / a_{12}$$

или

$$l_1 = -\left(R_s + k_r^2 R_r\right) + 2\beta; \quad l_2 = k_m \psi_r / J - 2L'\beta^2 / \left(k_r p_n \psi_r\right); \quad k = -L_s'\beta^3 / \left(k_r p_n \psi_r\right).$$

Решение $\tilde{x}_1(t)$ системы (14) приобретает вид

$$\tilde{x}_1(t) = M_c / K_1 \cdot \left[e^{-\beta t} - 2/\sqrt{3}e^{-\beta t/2} \sin\left(\sqrt{3}/2\beta t + \pi/3\right)\right]. \tag{17}$$

В (16) и (17) $\lim\limits_{t \to \infty} \tilde{x}_1(t) = 0$. То же условие выполняется и для $\tilde{x}_2(t)$, что очевидно из первого уравнения системы (14). Таким образом, наблюдатель позволяет идентифицировать вектор состояния объекта. Наряду с этим, из второго уравнения системы (14) получаем, переходя к пределу при $t \to \infty$:

$$w = -k\int_0^\infty \tilde{x}_1(\tau)d\tau \text{ или } M_c = kJ\int_0^\infty \tilde{x}_1(\tau)d\tau.$$

Этот результат подтверждается и непосредственным интегрированием (16) или (17) по бесконечному промежутку (а реально – по промежутку времени, определяющему переходный процесс).

Выводы. Наблюдатель (13) позволяет не только определить внешнее возмущение, приложенное к объекту, но и идентифицировать вектор состояния системы.

В дальнейшем будут проведены исследования, связанные с построением системы управления на основе асимптотического наблюдающего устройства.

1. *Хилов В. С., Бешта А. С.* Синтез системы управления мощностью привода вращения станка шарошечного бурения // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету. – 2003. – Вип. 2 (19). – Т. 2. – С. 52–55.

2. *Півняк Г. Г., Бешта О. С., Хілов В. С.* Принципи побудови системи керування електроприводом обертання ставу верстата шарошкового буріння // Вісник НТУ «Харківський політехнічний інститут». – Зб. наук. праць. Тематичний випуск «Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика». – Харків: НТУ «ХПІ». – 2003. – № 10. – Т. 1. – С. 141–143.

3. *Рудаков В. В., Столяров И. М., Дартау В. А.* Асинхронные электроприводы с векторным управлением. – Л.: Энергоатомиздат, 1987. – 136 с.

4. *Толочко О. І.* Аналіз та синтез електромеханічних систем зі спостерігачем стану. – Донецьк: Норд-прес, 2004. – 298 с.

5. *Андреев Ю. Н.* Управление конечномерными линейными объектами. – М.: Наука, 1976.– 424 с.

6. *Кузовков Н. Т.* Модальное управление и наблюдающие устройства. – М.: Машиностроение, 1976. – 184 с.