

1. Праховник А. В., Розен В. П., Делтерев В. В. Энергосберегающие режимы электроснабжения горнодобывающих предприятий. – М.: Недра, 1985. – 232 с.
2. Головкин П. И. Энергосистема и потребители электрической энергии. М.: Энергоатомиздат, 1984. – 360 с.
3. Гордеев В. И. Регулирование максимума нагрузки промышленных электрических сетей. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 184 с.
4. Бурков В. Н. Основы математической теории активных систем. – М.: Наука, 1977 – 353 с.

УДК 621.314.214

## АНАЛІЗ ТА ЧИСЛОВЕ ДОСЛІДЖЕННЯ МУЛЬТИПЛІКАТИВНОЇ МОДЕЛІ ГРАФІКІВ ЕЛЕКТРИЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ ПРОМИСЛОВИХ ОБ'ЄКТІВ

*В. М. Миколаєнко, інж. (ІЕЕ НТУУ “КПІ”)*

*Выполнен анализ и численное исследование мультипликативной модели графиков электрических нагрузок угольных шахт Львовско-Вольнского бассейна, предприятий химического машиностроения. Проведен сравнительный анализ мультипликативной модели с моделями в виде полинома  $n$ -ной степени, разложения в ряд Фурье и модели, полученной методом группового учета аргумента.*

Незважаючи на те, що існує багато методів розрахунку електричних навантажень [1], в практиці проектування систем електропостачання застосовується лише їх незначна кількість. В першу чергу це пояснюється відсутністю необхідної для розрахунків вихідної інформації, а також різними умовами формування вихідної бази. Крім того, всі ці методи базуються на основних припущеннях, які часто є необґрунтованими. Основні з них:

графіки електричного навантаження (ГЕН) підкоряються виключно нормальному закону розподілу;

ГЕН описують стаціонарний випадковий процес.

Аналіз задач проектування систем електропостачання показує, що значна кількість припущень та спрощень в методах їх розв'язання є наслідком неадекватного опису моделей ГЕН, спроб вирішити складні задачу теорії електропостачання простими методами.

Сьогодні для моделювання ГЕН промислових підприємств найчастіше застосовуються:

моделі, що описують детермінований періодичний процес;

моделі, що описують стаціонарний випадковий процес;

адитивні моделі.

Оскільки ГЕН є нестационарним періодичним випадковим процесом [3], середнє навантаження в зміну ( $P_{зм}$ ) споживачів для різних періодів аналізу (рік, квартал, місяць і т.д.) буде змінюватись у часі, що призводить до завищення розрахункових навантажень, до невідповідності математичних обчислень їх фізичному тлумаченню. Аналіз часових рядів ГЕН показав, що вони змінюються за періодичним законом; для ГЕН період зміни навантаження дорівнює 24 години, для  $P_{зм}$  – 7 днів. Це дозволяє скористатись для їх опису математичним апаратом теорії лінійних періодичних випадкових процесів (ЛПВП) [2]. Ця теорія може бути застосована при строгому визначенні параметрів закону розподілу.

ГЕН не завжди підкоряються нормальному закону розподілу, а мають  $F$ -розподіл [3], який підтверджується використанням робастного критерію [10] – порівнянням дисперсій двох незалежних вибірок. ГЕН можна розглядати як нестационарний періодичний випадковий процес, і для моделювання режимів електропостачання найдоцільніше використовувати мультиплікативні моделі.

На сьогодні розроблено багато методів моделювання електричних навантажень, які, в залежності від використання вихідної інформації та математичного апарату, можна поділити на три основні групи:

- моделювання графіків навантажень на основі інформації про параметри конкретних технологічних процесів [3];
- статистичне моделювання параметрів ГЕН [3];
- моделювання електричних навантажень на основі аналізу закономірностей їх формування [3].

Передумовою застосування детермінованої періодичної моделі ГЕН є періодичність роботи електроспоживачів. Але, як відомо, реалізації графіків не є строго періодичними функціями [3]. Причина цього – нестабільність роботи електроспоживачів, стохастичний характер взаємодії окремих споживачів електроенергії та інші випадкові фактори. В результаті ГЕН стає випадковим процесом. Циклічність роботи електроустаткування промислового об'єкта проявляється у вигляді періодичного наростання та спадання флуктуацій ГЕН.

Модель, що описує стаціонарний випадковий процес, відображає стохастичний характер ГЕН. Але їх властивості не узгоджуються з характерною особливістю роботи споживачів електроенергії – циклічністю. Дійсно математичне сподівання та дисперсія стаціонарного випадкового процесу (СВП) не залежать від часу. З фізичної точки зору це свідчить про те, що реалізації СВП являють собою нерегулярні коливання навколо деякого сталого значення (математичного сподівання), причому розмах цих коливань визначається дисперсією. Дисперсія СВП залишається в середньому сталою протягом всієї реалізації. В нашому випадку розмах цих коливань періодично змінюється, і навіть після процедури згладжування з максимально можливим інтервалом згладжування дисперсія ГЕН не є сталою. Таким чином, сам процес не є стаціонарним.

Адитивна модель – це сума стаціонарного випадкового процесу  $X(t)$  і детермінованої періодичної функції  $f(t)$ :

$$S(t) = X(t) + f(t), \quad t \in (-\infty; \infty). \quad (1)$$

Така модель дозволяє враховувати в першому наближенні наявність складових ГЕН, що різко змінюються (наприклад, пуск двигуна), але, як і СВІП, не відображає періодичності зміни графіків.

Тому в найбільш загальному вигляді ГЕН промислових об'єктів, що функціонують циклічно, описується нестационарним лінійним випадковим процесом.

Оскільки математичні моделі є одним з методів апроксимації реалізацій ГЕН, проведемо порівняльний аналіз моделей, отриманих різними методами. Для кількох промислових об'єктів побудуємо моделі, апроксимуючи їх ГЕН

- поліномом  $n$ -го степеня;
- розкладом в ряд Фур'є;
- методом групового врахування аргументу (МГВА);
- мультиплікативною моделлю.

Всі моделі є однофакторними, тобто функціями часу. Вихідними даними для моделювання є значення навантаження за кожен годину відповідної доби протягом конкретного періоду часу.

Об'єктом моделювання ГЕН було вибрано математичне сподівання, яке є однозначно характеристикою будь-якої випадкової функції [4]. Оскільки дисперсія ЛШВП ергодична [5], то вона може виступати найбільш важливою характеристикою ГЕН.

Прийняті для дослідження математичні моделі вибирались за такими ознаками:

- максимальна точність і достовірність інформації, що знімається з пристроїв обліку електроенергії;
- адекватність опису змін ГЕН в часі;
- адекватність визначення основних характеристик, отриманих з ГЕН.

**Поліноміальна модель** є одним з найпростіших варіантів математичної моделі, яка дає можливість оцінити кореляційну залежність між навантаженням та фактором часу. При цьому мається на увазі, що для будь-якого фіксованого моменту часу  $t$  значення навантаження  $P$  розподілено в генеральній сукупності за нормальним законом з математичним сподіванням

$$EY = a + b_1t + b_2t^2 + \dots + b_nt^n \quad (2)$$

та сталою дисперсією  $\sigma^2$ , незалежною від  $t$ .

Крім того, окремі значення навантажень повинні бути незалежними. Значення коефіцієнтів  $a, b_1, \dots, b_n$  та  $\sigma^2$  в загальному випадку є незалежними параметрами генеральної сукупності, які слід оцінити по виборці об'ємом  $m$ , яка складається з  $n$  пар значень  $(t_1, y_1), (t_2, y_2), \dots, (t_n, y_n)$ . Оцінки невідомих коефіцієнтів  $a, b_n$  визначаються методом найменших квадратів, виходячи з вимоги [3]

$$\sum_{i=1}^n [y_i - (a + b_1 t + b_2 t^2 + \dots + b_n t^n)]^2 = \min. \quad (3)$$

Така модель дозволяє відобразити взаємозв'язок між досліджуваними параметрами, а також провести статистичний аналіз цього зв'язку. При дослідженні ГЕН з домогою цього методу було прийнято модель зі степенем полінома  $n = 3$ .

Недоліком цього методу є те, що для отримання моделі необхідного вигляду потрібно мати відносно великий об'єм вибірки. Крім того, структуру моделі доводиться призначати довільно, наперед ускладнюючи або спрощуючи її. В нашому випадку найбільшим недоліком є необхідність належності ГЕН до конкретного закону розподілу, а саме, до нормального.

**Розкладання в ряд Фур'є.** Підставою для розгляду і можливого використання для моделювання методу розкладання в ряд Фур'є є доведена періодичність графіків електричних навантажень.

Нехай для функції  $f(x)$  періоду  $2\pi$  має місце розклад

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos kx + b_k \sin kx. \quad (4)$$

Постійна складова позначена  $\frac{a_0}{2}$  для симетрії подальших формул.

Обчислимо коефіцієнти  $a_0, a_k, b_k, k = 1, 2, \dots$ , знаючи функцію  $f(x)$ .

Для цього зробимо припущення: вважатимемо, що ряд (4) та ряди, які ми отримаємо, можна інтегрувати почленно. Інтегруючи рівність (4) в межах від  $-\pi$  до  $\pi$ , отримаємо:

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx = \frac{a_0}{2} \int_{-\pi}^{\pi} dx + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \int_{-\pi}^{\pi} \cos kx dx + b_k \int_{-\pi}^{\pi} \sin kx dx).$$

Оскільки всі інтеграли під знаком суми дорівнюють нулю [3], маємо:

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx = \pi a_0. \quad (5)$$

Помножимо обидві частини рівності (4) на  $\cos nx$ , і результат знову інтегруємо в тих самих межах. Отримаємо:

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx = \frac{a_0}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \cos nx dx + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \int_{-\pi}^{\pi} \cos kx \cos nx dx + b_k \int_{-\pi}^{\pi} \sin kx \cos nx dx).$$

Перший інтеграл праворуч дорівнює нулю. Оскільки функції основної тригонометричної системи [3] попарно ортогональні, то всі інтеграли під знаком суми, крім одного, також дорівнюють нулю. Залишається лише інтеграл

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 nx dx = \pi,$$

який є коефіцієнтом при  $a_n$ . Таким чином,

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nxdx = a_n \pi. \quad (6)$$

Аналогічним чином визначимо, що

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nxdx = b_n \pi. \quad (7)$$

Із (4)–(7) випливає:

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nxdx = a_n \pi, \quad (n = 0, 1, 2, \dots); \quad (8)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nxdx = a_n \pi, \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (9)$$

На основі наведених вище рівнянь автором складена програма на мові Turbo Pascal, яка дозволяє отримати коефіцієнти ряду при врахуванні перших 12 гармонік і побудувати відповідну математичну модель ГЕН.

До недоліків використання методу Фур'є для моделювання ГЕН слід віднести той факт, що нестабільність циклів роботи споживачів електроенергії промислового об'єкта, стохастичний характер взаємодії окремих його частин негативно впливають на періодичність ГЕН. Циклічність роботи електроустановування підприємства проявляється у вигляді періодичності наростання та спадання флуктуацій ГЕН. Це впливає на точність методу і вносить суттєві похибки в результати обчислень.

**Метод групового врахування аргументу.** Для детермінованого підходу до розв'язання задачі синтезу математичних моделей характерне твердження: чим складніша модель, тим вона точніша. Пояснюється це тим, що детермінований підхід базується на використанні внутрішнього критерію, тобто критерію, розрахованого за даними, які використовувались для отримання самої моделі.

Для методів самоорганізації характерне протилежне твердження: існує єдина модель оптимальної складності, адекватна за складністю описаному об'єкту, яка дає найкращий розв'язок поставленої задачі (закон адекватності об'єкта та регулятора [4]). Надмірне ускладнення моделі так само недопустиме, як і недостатня її складність.

Індуктивний метод самоорганізації моделей ґрунтується на використанні зовнішніх критеріїв вибору: регулярності, мінімумі зміщення, балансі змінних та комбінованих [4]. Під зовнішнім критерієм розумітимемо критерій, розрахований з допомогою інформації, яка не використовувалась при синтезі моделі. За даними, які вже використовувались для оцінки параметрів, без додаткової зовнішньої інформації неможливо знайти єдину модель оптимальної складності [4].

Методи регресивного аналізу знаходять широке застосування в тих випадках, коли при моделюванні процесу прагнуть отримати моделі, які містять в собі інформацію про причинно-наслідкові зв'язки між параметрами моделі, дозволяють виявити зв'язок між ними і оцінити достовірність цього зв'язку.

В алгоритмах самоорганізації таблиця вихідних даних ділиться на дві частини, які називаються навчальною  $A$  та перевірконою  $B$  послідовностями. Перша група даних служить для формування вихідних моделей-претендентів для кожного ряду селекції [4], друга група даних – для формування зовнішніх критеріїв вибору, які визначають структуру моделі. Як зовнішній критерій при моделюванні ГЕН прийнято критерій регулярності, який вимагає, щоб середньоквадратична похибка на частині таблиці  $B$ , яка не використовувалась для оцінки коефіцієнтів, була мінімальною.

За вихідну структуру моделі прийнято поліном третього степеня з вільним членом

$$y = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3.$$

На першому ряду селекції здійснюється формування всіх можливих попарних комбінацій змінних матриці навчальної послідовності. Для кожної комбінації змінних розв'язується система рівнянь з двома невідомими. Оскільки така система є перевизначеною (більше рівнянь, ніж невідомих), у процесі розв'язання задачі здійснюється перетворення її до нормального вигляду. Для цього використано метод найменших квадратів [4].

На даних таблиці  $B$  модель перевіряється і відбирається модель-претендент, яка ускладнюється на наступних рядах селекцій до отримання моделі оптимальної складності.

Позитивним для цього методу є використання мінімуму вихідної інформації для отримання моделі, а також можливість отримання моделі оптимальної складності, яка адекватно описує досліджуваний процес. До недоліків слід віднести прив'язку до відповідного закону розподілу (нормального) в силу використання відповідного математичного апарату для перетворення перевизначеної системи рівнянь та її розв'язання.

**Мультиплікативна модель.** Розглянемо один з випадків теорії нестационарних періодичних випадкових процесів – створення мультиплікативної моделі ГЕН, який полягає в тому, що на систему з параметрами, що періодично змінюються, діє стаціонарний випадковий процес. Тоді ГЕН можна описати мультиплікативною моделлю [6]

$$\xi(t) = x(t)\omega(t),$$

де  $x(t)$  – довільний гільбертовий дійсний стаціонарний випадковий процес;  $\omega(t)$  – детермінована невід'ємна періодична функція.

Для опису графіків навантажень скористаємось гільбертовим дійсним стаціонарним випадковим процесом з гаусовським законом розподілу. В результаті маємо, що ГЕН апроксимується мультиплікативною моделлю, яка має гаусовський закон розподілу незалежно від вигляду закону розподілу самих

ГЕН.

Генератор випадкових чисел (ГВЧ) має вигляд

$$X(t) = \sin\left(0,5 + \frac{RND}{10}\right)\beta, \quad (10)$$

де  $\beta$  – коефіцієнт адаптації ГВЧ, який по мінімуму середньоквадратичного відхилення вибирається автоматично з 12 можливих варіантів апроксимації часового ряду погодження між ГЕН та ГВЧ і характеризується двома–трьома коефіцієнтами;  $RND$  – вмонтований ГВЧ, який використовується в ЕОМ.

Як приклад розглянемо модель ГЕН вугільної шахти. Вихідні дані навантажень отримувались через час  $\Delta t = 1$  год.

Алгоритм створення моделі.

1. Обчислюємо значення математичного сподівання для кожної з 24 годин відповідної доби за формулою

$$MX_i = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L X_{(k-1)T+i}, \quad i = \overline{1, T},$$

де  $T = 24$ ,  $L = \frac{N}{T}$ ;  $N$  – загальний об'єм вибірки.

2. Будуємо мультиплікативну модель зміни математичного сподівання:

$$y(t) = \sin\left(1,5 - \frac{RND}{10}\right) (C_0 + C_1 t + C_2 t^2 + C_3 t^3) \omega(t). \quad (11)$$

Вигляд  $\omega(t)$  у загальній формі:

$$\omega(t) = 1 + 0,01 \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right).$$

Коефіцієнти детермінованої функції отримані методом найменших квадратів.

Кінцевий вигляд математичної моделі для конкретної шахти:

$$y(t) = \left(69,3 + 0,4t - 0,05t^2 + 1,3 \cdot 10^{-3}t^3\right) \sin\left(1,5 - \frac{RND}{10}\right) \left(1 + 0,01 \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)\right).$$

3. Порівнюємо точність мультиплікативної моделі з моделями, які були синтезовані з допомогою:

- 1) полінома  $n$ -го степеня;
- 2) розкладу в ряд Фур'є;
- 3) МГВА.

Результати обчислень зведені в табл. 1...3. Порівнюється реальний графік навантажень з графіками, отриманими з допомогою поліноміальної моделі, моделі, отриманої шляхом розкладу в ряд Фур'є, а також з допомогою методів самоорганізації, а саме, методу групового врахування аргументу.

В табл. 4 наведено значення середньоквадратичних похибок для результатів, отриманих в табл. 1...3.

Результати однозначно свідчать на користь мультиплікативної моделі, яка враховує нестационарність, періодичність, гармонізованість ГЕН і не диктує умов щодо вигляду закону їх розподілу.

Таблиця 1. Результати моделювання ГЕН верстатобудівного заводу

Години	Реальний ГЕН	Мультиплікативна модель	Модель Фур'є	Поліноміальна модель	МГВА
1	3,32	1,07	1,81	1,06	1,26
2	3,26	2,47	4,92	2,45	2,45
3	2,90	3,68	6,50	3,70	3,54
4	3,38	4,82	5,37	4,82	4,55
5	3,28	5,79	6,92	5,81	5,48
6	3,54	6,61	6,56	6,67	6,32
7	6,12	7,37	3,03	7,43	7,07
8	10,56	8,00	4,90	8,07	7,74
9	10,70	8,49	5,98	8,61	8,32
10	10,90	8,91	4,04	9,04	8,92
11	10,56	9,26	4,09	9,39	9,22
12	8,96	9,48	4,28	9,64	9,55
13	9,86	9,69	3,39	9,82	9,79
14	10,62	9,71	6,10	9,91	9,94
15	10,50	9,84	5,64	9,94	10,01
16	11,72	9,80	3,80	9,89	9,99
17	8,78	9,64	6,45	9,79	9,88
18	8,16	9,58	7,22	9,64	9,69
19	8,18	9,36	3,33	9,44	9,42
20	8,40	9,18	4,03	9,19	9,05
21	7,76	8,88	5,05	8,91	8,60
22	8,36	8,56	4,50	8,59	8,07
23	8,92	8,24	5,68	8,25	7,45
24	9,24	7,92	5,30	7,88	6,74

В табл. 2 наведено результати по моделюванню ГЕН підприємства хімічного машинобудування. Очевидно, що менш гечно описує об'єкт модель, отримана шляхом розкладу в ряд Фур'є. Поліноміальна модель і модель, отримана з допомогою МГВА, показують задовільний результат, але слід пам'ятати, що вони завжди висувають для свого використання вимогу належності досліджуваного процесу до нормального закону розподілу, що не завжди відповідає реальному характеру розподілу досліджуваних ГЕН. Мультиплікативна модель дає хороші результати, не вимагає прив'язки до якогось одного закону розподілу випадкової величини і є найбільш вдалою для моделювання досліджуваних ГЕН.



Таблиця 2. Результати моделювання ГЕН заводу хімічного машинобудування

Години	Реальний ГЕН	Мультиплікативна модель	Модель Фур'є	Поліноміальна модель	МГВА
1	12,00	11,00	13,66	10,91	8,60
2	12,00	11,20	8,84	11,13	9,91
3	11,00	11,44	6,70	11,50	11,11
4	11,00	12,00	9,09	11,99	12,20
5	12,50	12,54	9,10	12,57	13,18
6	12,50	13,09	11,88	13,22	14,04
7	10,50	13,80	11,47	13,91	14,79
8	10,50	14,48	8,53	14,61	15,42
9	19,30	15,11	11,00	15,31	15,94
10	19,70	15,72	13,52	15,96	16,34
11	18,20	16,34	8,76	16,56	16,63
12	17,80	16,77	8,87	17,06	16,81
13	18,80	17,22	9,94	17,44	16,87
14	18,80	17,33	7,45	17,70	16,82
15	13,60	17,58	8,05	17,76	16,66
16	18,80	17,47	11,43	17,64	16,38
17	17,40	17,03	11,10	17,30	16,00
18	13,60	16,62	13,51	16,72	15,48
19	14,60	15,72	12,50	15,85	14,86
20	16,30	14,70	7,57	14,70	14,12
21	13,60	13,17	7,31	13,21	13,27
22	12,60	11,33	9,19	11,36	12,31
23	7,50	9,14	7,60	9,15	11,23
24	7,50	6,56	12,45	6,53	10,04

В табл. 3 зведені числові значення середньоквадратичного відхилення, отримані по кожній з моделей, які досліджувались вище, для кількох промислових об'єктів, а саме: підприємства хімічного машинобудування (об'єкт 1), верстатобудівного заводу (об'єкт 2), мотоциклетного заводу (об'єкт 3), вугільної шахти (об'єкт 4). З табл. 3 видно, що мультиплікативна модель задовольняє вимогам щодо точності опису і має значну перевагу у використанні при будь-яких законах розподілу випадкової величини, головне, щоб цей вигляд закону був завжди однозначно і точно визначений.

Таблиця 3. Значення середньоквадратичного відхилення

Тип моделі	Середньоквадратичне відхилення			
	Об'єкт 1	Об'єкт 2	Об'єкт 3	Об'єкт 4
Мультиплікативна модель	2,1	1,5	3,6	4,8
Модель Фур'є	5,8	4,4	7,5	6,3
Поліноміальна модель	2,1	1,7	3,3	4,8
МГВА	2,4	1,6	4,1	4,9

Аналізуючи табл. 1–2, слід відмітити досить високу точність опису реальних ГЕН мультиплікативною моделлю.

Оскільки увага автора була зосереджена на дослідженні ГЕН вугільних шахт Львівсько-Волинського вугільного басейну, ним був розглянутий варіант формування генератора випадкових чисел з гаусовським законом розподілу для вугільної шахти:

$$x(t) = \alpha + \gamma x'(t),$$

де  $x'(t)$  – стандартний ГВЧ  $[0, 1]$ ;  $\alpha, \gamma$  – постійні коефіцієнти, отримані при аналізі реальних ГЕН Львівсько-Волинського вугільного басейну, що визначаються за формулами

$$\begin{aligned} \alpha &= 0,8 \text{ МХ}; \\ \gamma &= 0,1 \text{ МХ}; \\ \text{МХ} &= \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \text{МХ}_i. \end{aligned}$$

Таким чином,

$$x(t) = \text{МХ}(0,8 + 0,1x'(t)).$$

В загальному вигляді мультиплікативна модель ГЕН вугільної шахти матиме вигляд

$$\xi(t) = x(t) \left( 1 + A \cos \frac{2\pi t}{T} + C \right) + B \sin \frac{\pi t}{T},$$

де  $A = [0,01 \dots 0,06]$ ;  $C = [1,5 \dots 3,0]$ ;  $B = [0,5 \dots 1,0]$ ;  $t = 0, T-1$ ;  $T$  – період зміни ГЕН.

Цей варіант моделі розглядається на адекватність опису ГЕН разом з описаними та отриманими вище чотирма моделями. Спочатку математичні моделі перевірялись на адекватність опису з допомогою відомих критеріїв, які використовуються для випадкових процесів без врахування їх нестационарності. Далі була перевірена адекватність відповідних моделей за алгоритмом, який враховує, що ГЕН відносяться до лінійних періодичних випадкових процесів, і тому в його основу покладено використання однієї з основних властивостей ЛПВП – ергодичності дисперсії [5].

Перевірку адекватності побудованих математичних моделей ГЕН проводилась на основі використання статистичного критерію Фішера та коефіцієнта визначеності [6].

Для ГЕН промислових об'єктів, які аналізувались, значення коефіцієнта визначеності зведені в табл. 4.

Таблиця 4. Значення коефіцієнта визначеності

Промисловий об'єкт	$Q$
Верстатобудівний завод	0,849
Підприємство хімічного машинобудування	0,854
Мотоциклетний завод	0,789
Вугільна шахта	0,749

Для однієї з шахт Львівсько-Волинського вугільного басейну перевірялась адекватність 24 мультиплікативних моделей, побудованих для кожної години відповідної доби згідно з вибраним виглядом моделі (11).

З наведених результатів видно, що мультиплікативні моделі досить адекватно описують реальний процес, оскільки для всіх випадків коефіцієнти визначеності  $Q$  мають досить високі значення і наближаються до одиниці.

Враховуючи те, що ЛПВП описує нестационарні випадкові процеси, для перевірки відповідності моделі реальному процесу необхідні методи, які застосовуються для ЛПВП, а вони відмінні від тих, що приймають для аналізу адекватності стаціонарних процесів.

Пропонується метод, який базується на використанні однієї з основних властивостей ЛПВП – ергодичності дисперсії [5]. Перевірка адекватності полягає в тому, що маючи реальні ГЕН, створюють ЛПВП з заданими характеристиками згідно з (11). Для процесу обчислюються за алгоритмом, розробленим автором, відповідні характеристики, що порівнюються між собою і на цій основі робиться висновок про адекватність моделі реальному процесу [3].

При необхідності можна задіяти інші припущення і обчислити відповідні характеристики, включаючи коефіцієнти Фур'є.

Як свідчать отримані дані, запропонована математична модель досить адекватно описує реальний процес, оскільки характеристики, отримані по моделі і по реальним ГЕН, відрізняються несуттєво. Це означає, що модель може бути використана як основна модель для подальших досліджень режимів ГЕН промислових об'єктів.

## Висновки

1. Викопано дослідження та аналіз графіків електричних навантажень з допомогою ймовірних характеристик: кореляційної функції, розподілу ймовірностей, математичного сподівання та дисперсії. Аналіз показав, що ГЕН слід розглядати як нестационарний періодичний випадковий процес, оскільки всі його ймовірні характеристики є функціями часу.

2. Проведено кількісне та якісне порівняння мультиплікативної моделі з існуючими методами апроксимації випадкових процесів: з допомогою поліноміальної моделі, розкладання в ряд Фур'є та методом групового врахування аргументу, яке доводить ефективність та переваги мультиплікативної моделі. Останню можна розглядати як можливий варіант для опису режимів електроспоживання незалежно від закону їх розподілу.

1. Кудрин Б. И. О комплексном методе расчета электрических нагрузок // Изв. вузов. Электротехника. – 1980. – № 2. – С. 209–210.

2. Гудзенко Л. И. Обобщение эргодической теоремы на нестационарные случайные процессы // Изв. вузов. Радиофизика. – 1961. – № 2. – С. 267–274.

3. Миколаєнко В. М. Аналіз ймовірних характеристик та моделювання графіків електричних навантажень промислових об'єктів // ІВЕ НТУУ “КПІ”. – К., 2005. – 18 с. Деп. в ДНТБ України 1.02.05 р., № 3-Ук2005.

4. *Миколаєнко В. М.* Використання інформаційної бази у вигляді графіків електричних навантажень для обчислення електричних навантажень промислових об'єктів з урахуванням нестационарності режиму електроспоживання // ІЕЕ НТУУ “КПІ”. – К., 2005. – 19 с. Деп. в ДНТБ України 1.02.05 р., № 1-Ук2005.

5. *Миколаєнко В. М.* Оцінка дисперсії графіків електричних навантажень промислових об'єктів // ІЕЕ НТУУ “КПІ”. – К., 2005. – 8 с. Деп. в ДНТБ України 1.02.05 р., № 8-Ук2005.

6. *Миколаєнко В. М.* Математичне моделювання графіків електричних навантажень з використанням мультиплікативних моделей // Вісті Академії інженерних наук України. – К. – № 1 (24). – С. 24–30.