

УДК 622.235: 539.3

В. Ф. Мейш, д. ф. – м. н., проф. (Институт механики НАН Украины)**ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ О РАСПРОСТРАНЕНИИ
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ВОЛН В ГРУНТОВЫХ СРЕДАХ
ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ****V. F. Meish** (Institute of Mechanics of NAS of Ukraine)**NUMERICAL SOLUTION OF THE PROBLEM OF CYLINDRICAL WAVES
PROPAGATION IN THE PERIODIC STRUCTURES SOIL MEDIUM**

Розглядається задача розповсюдження циліндричних хвиль в ґрунтовому середовищі періодичної структури. Ґрунт моделюється рівняннями нелінійного трикомпонентного середовища. Для чисельного розв'язку задачі використовується скінченно – різницева схема Мак – Кормака. Отримані чисельні результати дозволяють аналізувати хвильові процеси в ґрунтовому середовищі періодичної структури в залежності від його параметрів.

Ключові слова: трикомпонентне ґрунтове середовище, періодична структура, хвильові процеси, чисельні методи.

Рассмотрена задача распространения цилиндрических волн в грунтовой среде. Грунт моделируется уравнениями нелинейной трехкомпонентной среды. Для численного решения задачи применяется конечно - разностная схема Мак – Кормака. Полученные численные результаты позволяют анализировать волновые процессы в грунтовой среде периодической структуры в зависимости от ее параметров.

Ключевые слова: трехкомпонентная грунтовая среда, периодическая структура, волновые процессы, численные методы.

The problem of the propagation of cylindrical waves in the soil medium with periodic structures is considered. Soil is simulated by equations of nonlinear three-component medium. For the numerical solution of the problem Mac-Cormack finite – difference scheme is used. The obtained numerical results allow to analyze the wave processes in the system, depending on the parameters of the parameters of soil medium with periodic structures .

Keywords: three-component soil medium, periodic structures, wave processes, numerical methods.

Введение. Решение задач о распространении нестационарных волн различной геометрии в грунтовых средах достаточно детально рассмотрено в работах [1 - 6]. В основном, при решении указанных нелинейных задач применяются численные методы (метод характеристик, метод конечных разностей, метод распада разрыва и т. д.) [1 - 10]. В данной работе рассматривается численное решение задачи о распространении цилиндрических волн в грунтовой среде периодической структуры. Предполагается, что грунтовая структура моделируется уравнениями нелинейной жидкой многокомпонентной среды согласно В.М. Ляхова [4 - 6].

Изложение основного материала исследований. Рассматривается бесконечная цилиндрическая полость в грунтовой среде периодической структуры. Предполагается, что к внутренней поверхности полости при $r = r_0$ приложена распределенная импульсная нагрузка $P(r_0, t)$ – (рис. 1).

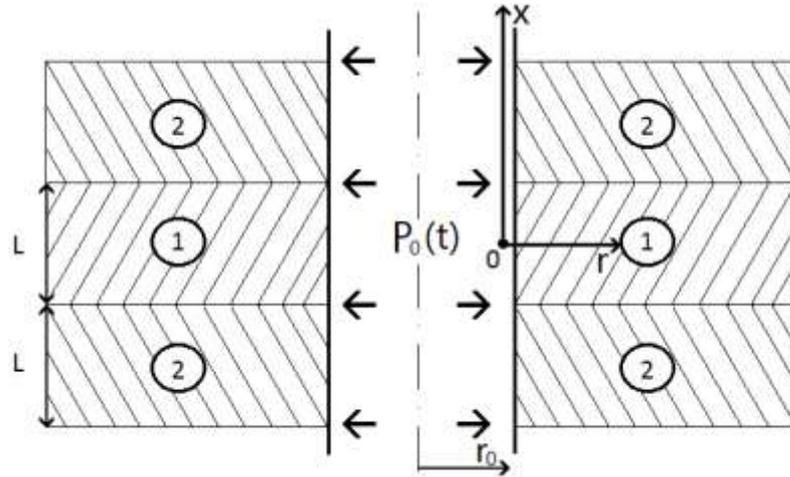


Рис. 1. Схематическая модель расчета

Для описания поведения слоев грунтовой среды используется модель нелинейной жидкой многокомпонентной среды согласно В.М. Ляхова [4 - 6]. Уравнение состояния данной модели записываются в виде

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \sum_{i=1}^3 \alpha_i \left[\frac{\gamma_i (P - P_0)}{\rho_{i0} c_{i0}^2} + 1 \right]^{-\chi_i}, \text{ где:} \quad (1)$$

$\chi_i = 1/\gamma_i$, γ_i - показатель изэнтропы i -й компоненты.

Для уравнения состояния трехкомпонентной среды (водонасыщенного грунта) (1) вводятся следующие обозначения: α_i - содержание по объему компонент; ρ_{i0} - плотность; V_{i0} - их удельный объем; c_{i0} - скорость звука в компонентах при атмосферном давлении P_0 ; i - номер компоненты (1 – воздух, 2 – жидкость, 3 – твердые частицы). При давлении $P = P_0$ плотность среды ρ_0 и удельный объем V_0 определяется по формулам:

$$\rho_0 = \frac{1}{V_0} = \sum_{i=1}^3 \alpha_i \rho_{i0}, \quad \sum_{i=1}^3 \alpha_i = 1.$$

Характеристики каждого слоя определяются соответствующими величинами α_i , ρ_{i0} .

Движение грунтовой среды периодической структуры для случая распространения цилиндрических волн описывается системой уравнений в эйлеровых координатах [9, 10]

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + P) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho u v) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho uv) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r(\rho v^2 + P)] - \frac{P}{r} = 0,$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho v) = 0.$$

В векторном виде система уравнений (2) имеет вид

$$\frac{\partial \bar{F}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{A}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\bar{B}) + \frac{\bar{C}_0}{r} = 0, \quad (3)$$

$$\bar{F} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho v \\ \rho \end{pmatrix}; \quad \bar{A} = \begin{pmatrix} \rho u^2 + P \\ \rho uv \\ \rho u \end{pmatrix}; \quad \bar{B} = \begin{pmatrix} \rho uv \\ \rho v^2 + P \\ \rho v \end{pmatrix}; \quad \bar{C}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ -P \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ где:} \quad (4)$$

u - скорость перемещения частиц среды вдоль оси x ; v - скорость перемещения частиц вдоль оси r ; ρ - плотность соответствующего слоя грунта; P - давление соответствующей точки грунтовой среды (x, r).

Уравнения движения грунтовой среды (2) - (4) дополняются уравнением состояния среды (1) вида $F(P, \rho) = 0$, где

$$F(P, \rho) = \sum_{i=1}^3 \alpha_i \left[\frac{\gamma_i (P - P_0)}{\rho_{i0} c_{i0}^2} + 1 \right]^{-1/\gamma_i} - \frac{\rho_0}{\rho}. \quad (5)$$

В качестве граничных условий для задачи динамики грунтовой среды принимаются уравнения (2) при $r = r_0$ и условия невозмущенного движения на бесконечности. На границе контакта грунтов с разными плотностями задаются условия непрерывности скоростей.

Численный алгоритм решения задачи. Алгоритм решения задачи о распространении цилиндрических волн в грунтовой среде периодической структуры (уравнения (2) – (5)) основывается на применении конечно – разностной схемы Мак-Кормака [7, 9].

На шаге предиктор разностные уравнения имеют вид:

$$\tilde{F}_1 = \bar{F}_{k,l}^n - \Delta t \left[\frac{\bar{A}_{k,l} - \bar{A}_{k,l-1}}{\Delta x} + \frac{\bar{B}_{k,l} - \bar{B}_{k,l-1}}{\Delta r} + \bar{C}_{k,l} \right]^n. \quad (6)$$

На шаге корректор разностные уравнения имеют вид

$$\bar{F}_{k,l}^{n+1} = 0,5 \left\{ \bar{F}_{k,l}^n - \tilde{F}_{k,l} - \Delta t \left[\frac{\tilde{A}_{k,l+1} - \tilde{A}_{k,l}}{\Delta x} + \frac{\tilde{B}_{k+1,l} - \tilde{B}_{k,l}}{\Delta r} + \tilde{C}_{k,l} \right] \right\}. \quad (7)$$

В скалярном виде уравнения (6), (7) записываются следующим образом:

– на шаге предиктор

$$(\tilde{\rho} \tilde{u})_{k,l} = (\rho u)_{k,l}^n - \Delta t \left[\frac{(\rho u^2 + P)_{k,l}^n - (\rho u^2 + P)_{k,l-1}^n}{\Delta x} + \right. \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
 & \left. + \frac{1}{r_k} \frac{(r\rho uv)_{k,l}^n - (r\rho uv)_{k-1,l}^n}{\Delta r} \right], \\
 (\tilde{\rho v})_{k,l} &= (\rho v)_{k,l}^n - \Delta t \left[\frac{(\rho uv)_{k,l}^n - (\rho uv)_{k,l-1}^n}{\Delta x} + \right. \\
 & \left. + \frac{1}{r_k} \frac{[r(\rho v^2 + P)]_{k,l}^n - [r(\rho v^2 + P)]_{k,l-1}^n}{\Delta r} - \frac{P_{k,l}^n}{r_k} \right], \\
 \tilde{\rho}_{k,l} &= \rho_{k,l}^n - \Delta t \left[\frac{(\rho u)_{k,l}^n - (\rho u)_{k,l-1}^n}{\Delta x} + \frac{1}{r_k} \frac{(r\rho v)_{k,l}^n - (r\rho v)_{k-1,l}^n}{\Delta r} \right], \\
 \tilde{p}_{k,l} &= F(P_{k,l}^n, \tilde{\rho}_{k,l});
 \end{aligned}$$

– на шаге корректор

$$\begin{aligned}
 (\rho u)_{k,l}^{n+1} &= 0,5 \left\{ (\rho u)_{k,l}^{n+1} + (\tilde{\rho} \tilde{u})_{k,l} - \right. \\
 & \left. - \Delta t \left[\frac{(\tilde{\rho} \tilde{u}^2 + \tilde{p})_{k,l+1} - (\tilde{\rho} \tilde{u}^2 + \tilde{p})_{k,l}}{\Delta x} + \frac{1}{r_k} \frac{(r\tilde{\rho} \tilde{u} \tilde{v})_{k+1,l} - (r\tilde{\rho} \tilde{u} \tilde{v})_{k,l}}{\Delta r} \right] \right\}; \\
 (\rho v)_{k,l}^{n+1} &= 0,5 \left\{ (\rho v)_{k,l}^n + (\tilde{\rho} \tilde{v})_{k,l}^n - \right. \\
 & \left. - \Delta t \left[\frac{(\tilde{\rho} \tilde{u} \tilde{v})_{k,l+1} - (\tilde{\rho} \tilde{u} \tilde{v})_{k,l}}{\Delta x} + \frac{1}{r_k} \frac{[r(\tilde{\rho} \tilde{v}^2 + \tilde{P})]_{k+1,l} - [r(\tilde{\rho} \tilde{v}^2 + \tilde{P})]_{k,l}}{\Delta r} - \frac{\tilde{P}_{k,l}}{r_k} \right] \right\}; \\
 \rho_{k,l}^{n+1} &= 0,5 \left\{ \rho_{k,l}^n + \tilde{\rho}_{k,l} - \Delta t \left[\frac{(\tilde{\rho} \tilde{u})_{k,l+1} - (\tilde{\rho} \tilde{u})_{k,l}}{\Delta x} + \frac{1}{r_k} \frac{(r\tilde{\rho} \tilde{v})_{k+1,l} - (r\tilde{\rho} \tilde{v})_{k,l}}{\Delta r} \right] \right\}; \\
 \tilde{P}_{k,l}^{n+1} &= F(P_{k,l}^n, \tilde{\rho}_{k,l}^{n+1}).
 \end{aligned} \tag{9}$$

Для нахождения величины давления P по заданным значениям плотности ρ в уравнении (5) используется итерационная процедура Ньютона – Рафсона. Учитывая, что разностная схема Мак – Кормака (6), (7) является явной, поэтому при расчетах использовалось условие устойчивости: $\max((|u|+c)\tau/\Delta x, (|v|+c)\tau/\Delta r) < 1$, где величина c соответствует локальной скорости распространения звука в грунтовой среде [7, 9, 10].

Численные результаты. Рассматривается задача о распространении цилиндрических волн в грунтовой среде периодической структуры (рис. 1). Предполагается, что к поверхности цилиндрической полости при $r = r_0$ прикладывается нагрузка $P(r_0, t)$, где $P(r_0, t) = A \sin \frac{\pi t}{T} [\eta(t) - \eta(t - T)]$, $A = 10^7$ Па; $T = 50 \cdot 10^{-6}$ с, $\eta(t)$ - функция Хевисайда.

При расчетах полагалось $r_0 = 0,1$ м; $L/r_0 = 4$. На рис. 2, 3 приведены результаты численных расчетов – зависимости величин волн давлений P от расстояний r от края цилиндрической полости при $r = r_0$. На рис. 2, 3 представлены четыре группы зависимостей волн давления для разных времен: $A - T$; $B - 3,5T$; $C - 6,5T$; $D - 9,5T$.

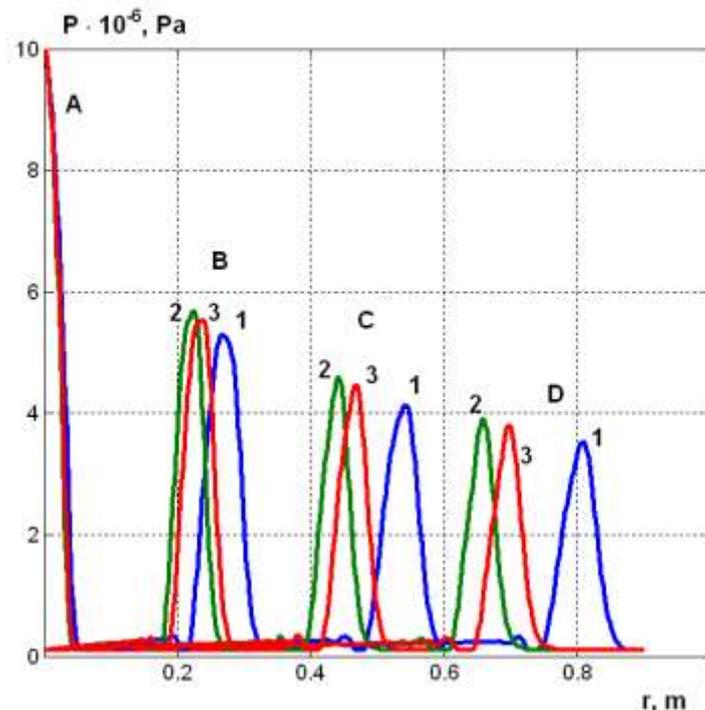


Рис. 2. Зависимость волны давления P от расстояния r для первого слоя

На рис. 2 приведены зависимости величин давления P от координаты r для варианта слоя грунта 1 при $x = L/2$ согласно рис. 1 ($\alpha_1 = 0$; $\alpha_2 = 0,3$; $\alpha_3 = 0,7$). Кривые с индексом 1 соответствуют указанному грунту. Кривые с индексом 2 соответствуют величинам давления P в слое грунта 2 при $x = L/2$ согласно рис. 1 ($\alpha_1 = 0$; $\alpha_2 = 0,7$; $\alpha_3 = 0,3$). Кривые с индексом 3 соответствуют величине давления на границе раздела сред (рис. 1).

На рис. 3 приведены аналогичные расчеты для варианта грунта со следующими параметрами: первый слой – $\alpha_1 = 0$; $\alpha_2 = 0,2$; $\alpha_3 = 0,8$ (кривые 1); второй слой – $\alpha_1 = 0$; $\alpha_2 = 0,8$; $\alpha_3 = 0,2$ (кривые 2); кривые 3 соответствуют величине давления на границе раздела сред. Для обоих случаев в формуле (1) задавалось $\rho_2 = 10^3$ кг/м³, $\rho_3 = 2650$ кг/м³; $\gamma_2 = 7$; $\gamma_3 = 4$.

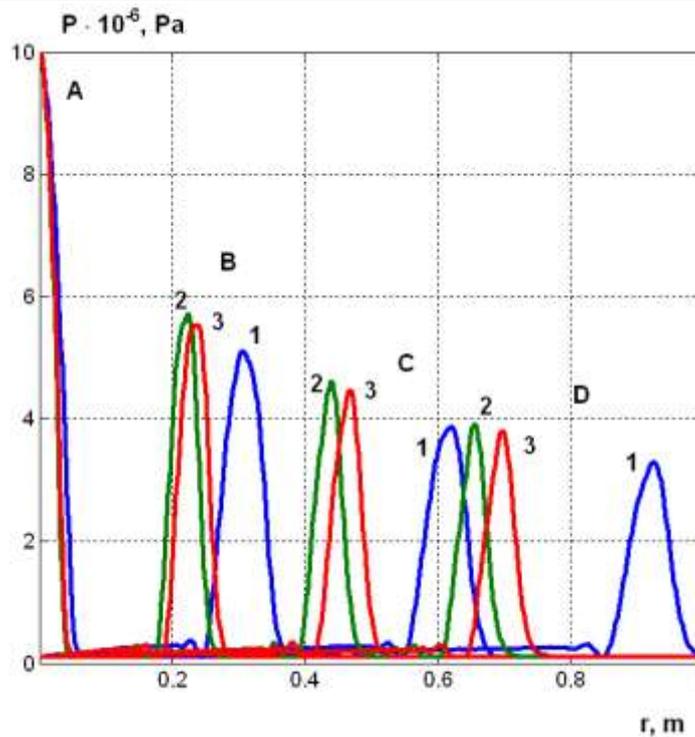


Рис. 3. Зависимость волны давления P от расстояния r для второго слоя

Как видим из приведенных численных расчетов, скорость волны давления согласно рис. 2, 3 при указанных параметрах грунтовых сред для случаев $\alpha_1 = 0; \alpha_2 = 0,3; \alpha_3 = 0,7$ и $\alpha_1 = 0; \alpha_2 = 0,2; \alpha_3 = 0,8$ значительно превалирует по отношению к скорости волны давления с другими параметрами грунтовой среды. Скорость волны давления P на границе раздела сред 1 и 2 (рис. 1) ближе к скорости волны давления в грунте с меньшей плотностью – кривые 3 на рис. 2, 3. Наблюдается значительное затухание волн давления в слоях среды и на границе раздела сред по координате r во времени t .

Выводы

Рассмотрено численное решение задачи о распространении цилиндрических волн в грунтовой среде периодической структуры. Полученные числовые результаты позволяют прогнозировать волновые процессы в неоднородной грунтовой среде при прохождении волн через слои, контактную границу слоев грунта в зависимости от их параметров.

Список использованных источников

1. Баженов В.Г. Численное решение двумерных нестационарных задач взаимодействия тонкостенных конструкций с грунтовыми средами / В.Г. Баженов, А.В. Кочетков, С.В. Крылов, В.Р. Фельдгун // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения задач упругости и пластичности. Горький: Горьк. ун-т, 1984. – С. 52 – 59.

2. Кочетков А.В. Нестационарное взаимодействие тонкостенных конструкций с ударными волнами в грунтовых средах / А.В. Кочетков, С.В. Крылов, В.Р. Фельдгун // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения задач упругости и пластичности. Горький: Горьк. ун-т, 1985. – С. 60 – 65.
3. Баженов В.Г. Деформирование цилиндрических оболочек в мягкой грунтовой среде под действием внутреннего импульсного нагружения / В.Г. Баженов, А.В. Кочетков, В.Р. Фельдгун // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения задач упругости и пластичности. Горький: Горьк. ун-т, 1989. – С. 87 – 95.
4. Ляхов В.М. Волны в грунтах и пористых многокомпонентных средах. / В.М. Ляхов. – М.: Недра, 1982. – 288 с.
5. Лучко И.А. Механический эффект взрыва в грунтах / И.А. Лучко, В.А. Плаксий, Н.С. Ремез и др. – Киев: Наук. думка, 1989. – 232 с.
6. Лучко И.А. Прикладные задачи динамики грунтов / И.А. Лучко, В.А. Плаксий – Киев: Наук. думка, 1979. – 132 с.
7. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. Т. 2. / К. Флетчер. – М.: Мир, 1991. – 552 с.
8. Уилкинс М.Л. Расчет упруго – пластических течений / М.Л. Уилкинс // Вычислительные методы в гидродинамике. – М.: Мир, 1967. – С. 212 – 263.
9. Ляхов В.Н. Воздействие ударных волн и струй на элементы конструкций / В.Н. Ляхов, В.В. Подлубный, В.В. Титаренко. – М.: Машиностроение, 1989. – 392 с.
10. Годунов С.Г. Численное решение многомерных задач газовой динамики / С.Г. Годунов, А.В. Забродин, М.Я. Иванов и др. – М.: Наука, 1976. – 400 с.

Стаття надійшла до редакції 12.11.2014 р.

УДК 622.235:697.8

В. В. Бойко, д. т. н., **А. А. Кузьменко**, к. т. н., **Т. В. Хлевнюк**, к. т. н. (Институт гидромеханики НАН Украины)

О СЕЙСМИЧЕСКОМ ЭФФЕКТЕ ПРИ ОБРУШЕНИИ ВЫСОТНОГО СООРУЖЕНИЯ

V. V. Boiko, A. A. Kuzmenko, T. V. Khlevniuk, (Institute of Hydromechanics of
NAN of Ukraine)

ABOUT THE SEISMIC EFFECTS IN THE COLLAPSE OF HIGH-RISE BUILDINGS