УДК 658.1:331.45

АДАПТИВНІ МОДЕЛІ ПРОГНОЗУВАННЯ ПАРАМЕТРІВ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ ОХОРОНОЮ ПРАЦІ

К. Н. Ткачук, докт. техн. наук, В. В. Калінчик, інж. (НТУУ «КПІ»)

Розглядається модель прогнозування параметрів системи управління охороною праці, адаптована до змін вхідної інформації.

Ключові слова: охорона праці, промислова безпека, прогнозування, адаптація.

Рассматривается модель прогнозирования параметров системы управления охраной труда, адаптированной к изменениям входной информации.

Ключевые слова: охрана труда, промышленная безопасность, прогнозирование, адаптация.

Model for prediction parameters of occupational safety management system, which is adapted to input information changes, is considered.

Key words: occupational safety and health, industrial safety, prediction, adaptation.

Вступ. Актуальність проблеми розроблення та застосування методології врахування факторів ризику пов’язана з необхідністю запровадження обґрунтованих рішень з охорони праці та промислової безпеки, що базуються на достовірному прогнозі параметрів системи управління охороною праці.

Будь-який метод управління містить два основних етапи: етап визначення можливих величин та етап вироблення й реалізації управляючих дій. Перевага надається тим методам, які ґрунтуються на дослідженні прогнозних оцінок, що становлять вихідну інформацію для прийняття рішень по управлінню.

Основними вимогами, які висуваються до систем реального часу, є: досить висока точність оперативного прогнозування і простота алгоритмів, що забезпечує мінімальний час рішення; робота в умовах невизначеної й недостатньої інформації; забезпечення стійкості управління.

Сучасний стан питання. У вітчизняній та зарубіжній літературі значний обсяг робіт присвячено питанням прогнозування процесів систем управління охороною праці промислових підприємств. В аналізованих літературних джерелах використовуються різні математичні методи прогнозування, проте об’єкт дослідження розглядається як статичний, і при прогнозуванні не враховується інформація, яка відображає зміни, що сталися в процесі функціонування об’єкта.

Показано, що найбільш точно вимогам, які пред’являються до оперативних систем прогнозу, відповідає адаптивний підхід до конструювання моделей [1–3].

Метою роботи є розроблення моделі прогнозування параметрів системи управління охороною праці, яка дозволяє вирішувати проблему адекватності методу об’єкту прогнозування.

Викладення основного матеріалу. Представимо прогнозоване значення процесу в точці ($t+\Delta t$) у вигляді

$$\hat{x}(t+\Delta t) = \bar{f}_i^{\,T}(\Delta t)\hat{a}_i(t), \quad (1)$$

де $\hat{a}(t)$ – оцінка невідомих коефіцієнтів моделі $a_i(t)$.

У цьому випадку час для визначення значень функції $f_i(t)$ відраховується відносно поточного спостереження [4], тобто $f_i(t-j-t)=f_i(-j)$.

Оцінки коефіцієнтів $\hat{a}(t)$ знаходимо з умови мінімуму "зваженої" суми квадратів.

$$\sum_{j=0}^{t}\omega_j^2\left[x(t-j)-\bar{f}^{\,T}(-j)\hat{a}(t)\right]^2 = \min. \quad (2)$$

Оцінки $\hat{a}_i$ для спостережень з однаковою вагою отримуються у вигляді [4]

$$\hat{a} = C^{-1}B\bar{x}, \quad (3)$$

де $\bar{x}$ – вектор-стовпчик розміром $(N\times 1)$ спостережень прогнозованого процесу; $B=\left\| f_{ij}\right\|$ – матриця розміром $(n\times N)$ значень елементів вектора $\bar{f}(t)$ при різних t (у цьому випадку $t=-j$); n – число функцій; N – число спостережень, а матриця C дорівнює

$$C = BB^T = \sum_{j=1}^{N}\bar{f}(-j)\bar{f}^{\,T}(-j). \quad (4)$$

Введемо в розгляд діагональну матрицю ваги W. Вираз (2) у матричному виді буде

$$\hat{e}^T W^2 e = \left(\bar{x}^T W - \hat{a}^T BW\right)\left(\bar{x}^T W - \hat{a}^T BW\right)^T, \quad (5)$$

де $\hat{e}(-j)$ – помилка прогнозу; $\hat{e}(-j)=x(-j)-\hat{x}(-j)$.

Знаходження часткових похідних виразу (5) по $\hat{a}$ приводить до системи лінійних рівнянь

$$\hat{a}^T BWW^T B^T = \hat{x}^T WW^T B^T, \quad (6)$$

звідки

$$\hat{a} = \bar{x}^T WW^T B^T F^{-1}, \quad (7)$$

де

$$F = BWW^T B^T = \sum_{j=1}^{N}\omega_j\,\bar{f}(-j)\bar{f}^{\,T}(-j). \quad (8)$$

Зробимо операцію трансформування виразу (7):

$$\hat{a} = F^{-1}BW^2\bar{x}. \quad (9)$$

Вираз (9) являє собою аналог виразу (3) з ваговими коефіцієнтами ω.

Елементи матриці F, які стоять на перетині i-го рядка і k-го стовпчика, можуть бути представлені у вигляді

$$F_{ik}(t)=\sum_{j=0}^{t}\omega_j^2 f_i(-j)f_k(-j). \quad (10)$$

Позначимо у виразі (9)

$$\bar{q}=BW^2\bar{x}, \quad (11)$$

що являє собою вектор-стовпчик розміром $(n\times 1)$, i-а складова якого має вигляд

$$q_i(t)=\sum_{j=0}^{t}\omega_j^2 f_i(-j)x(t-j). \quad (12)$$

Враховуючи те, що коефіцієнти ω_j^2 і β^i в експоненціальному згладжуванні являють собою вагу поточних спостережень, замінимо (10) і (11) у вигляді:

$$F_{ik}(t)=\sum_{j=0}^{t}\beta^j f_i(-j)f_k(-j), \quad (13)$$

$$q_i(t)=\sum_{j=0}^{t}\beta^j f(-j)x(t-j). \quad (14)$$

Вектор невідомих коефіцієнтів $\bar{a}$ у цьому випадку оцінюється виразом

$$\hat{a}(t)=F^{-1}(t)\bar{q}(t), \quad (15)$$

а точковий прогноз у точці ($t+\Delta t$) визначається у вигляді

$$\bar{x}(t+\Delta t)=\bar{f}^T(\Delta t)\hat{a}(t)=\bar{f}^T(\Delta t)F^{-1}(t)\bar{q}(t). \quad (16)$$

Розглянута модель прогнозування є адаптивним згладжуванням в силу адаптації матриці $F(t)$ до наявної статистики.

Враховуючи зміну відліків, відповідні для визначення $F(t)$ і $\bar{q}(t)$ будуть знаходитись із виразів

$$F(t)=\sum_{j=0}^{t}\beta^j \bar{f}(-j)\bar{f}^T(-j)=F(t-1)+\beta^t\bar{f}^T(-t); \quad (17)$$

$$\bar{q}(t)=\bar{f}(0)x(t)+\sum_{j=0}^{t}\beta^j\bar{f}(-j)x(t-j). \quad (18)$$

Відомо [4], що поліноміальні, тригонометричні, експоненціальні функції, їхні суми і добутки мають властивість

$$\bar{f}(t+1)=L\bar{f}(t), \quad (19)$$

де L – перехідна матриця розміром $(n\times n)$, а $\bar{f}(t)=L^{-1}\bar{f}(t+1)$.

Використовуючи (12), запишемо

$$\bar{q}(t-1)=\sum_{j=0}^{t-1}\beta^{j} f(-j)x(t-j-1). \tag{20}$$

Помноживши обидві частини рівності (19) на L^{-1} і враховуючи, що $f(-j-1)=L^{-1}f(-j)$, отримаємо

$$L^{-1}q(t-1)=\sum_{j=0}^{t-1}\beta^{j} f(-j-1)x(t-j-1). \tag{21}$$

Якщо помножити обидві частини отриманого виразу на ваговий коефіцієнт β так, щоб

$$\sum_{j=0}^{t-1}\beta\beta^{j}\bar{f}(-j-1)x(t-j-1)=\sum_{j=1}^{t}\beta\bar{f}(-j)x(t-j),$$

і виходячи з виразу (17), одержимо

$$q(t)=\bar{f}(0)x(t)+\beta L^{-1}\bar{q}(t-1). \tag{22}$$

Показано [5], що в сталому режимі стан матриці $F(t)$ не залежить від часу, тобто

$$F(t)=F(t-1)=\mathrm{const}, \tag{23}$$

і коефіцієнти моделі розраховуються за формулою

$$\hat{a}(t)=F^{-1}\bar{q}(t), \tag{24}$$

а модель прогнозування (16) записується у вигляді

$$\hat{x}(t+\Delta t)=\bar{f}^{T}(\Delta t)\hat{a}(t)=\bar{f}^{T}(\Delta t)F^{-1}\bar{q}(t)=\bar{\varphi}^{T}(\Delta t)\bar{q}(t), \tag{25}$$

де $\bar{\varphi}^{T}(\Delta t)$ – вектор-стовпчик розміром $(n\times 1)$ коефіцієнтів, що залежить лише від часу упередження. Даний коефіцієнт розраховується заздалегідь.

В [4] показано, що у відношенні процесів, які описуються детермінованими поліноміальними основами, модель прогнозування (25) дає той же результат, що й експоненціальне згладжування.

Розглянемо лінійну модель прогнозу. Для зазначеної моделі

$$\bar{f}(t)=\begin{vmatrix}1\\ t\end{vmatrix}. \tag{26}$$

Відповідно до (13) і враховуючи те, що β = 1 – α, матриця $F(t)$ записується у вигляді

$$F(t)=\sum_{j=0}^{t}\beta^{j}\begin{Vmatrix}1 & -j\\ -j & j^{2}\end{Vmatrix}=\left(1-\beta^{t+1}\right)\begin{Vmatrix}\frac{1}{\alpha} & -\frac{\beta}{\alpha^{2}}\\ -\frac{\beta}{\alpha^{2}} & \frac{\beta(1+\beta)}{\alpha^{2}}\end{Vmatrix}. \tag{27}$$

Зворотна матриця $F^{-1}(t)$ для $N = (t+1)$ спостережень буде визначатись так:

$$F^{-1}(t) = \frac{\alpha^4}{\beta(1-\beta^N)} \begin{Vmatrix} \frac{\beta(1-\beta)}{\alpha^3} & \frac{\beta}{\alpha^2} \\ \frac{\beta}{\alpha^2} & \frac{1}{\alpha} \end{Vmatrix}. \tag{28}$$

Вектор $\bar{q}(t)$, відповідно до (14), визначається у вигляді

$$\bar{q}(t) = \sum_{j=0}^{N-1} \beta^j x(t-j) \bar{f}(-j) = \begin{vmatrix} \sum_{j=0}^{N-1} \beta^j x(t-j) \\ -\sum_{j=0}^{N-1} \beta^j j x(t-j) \end{vmatrix}. \tag{29}$$

З [6] для N спостережень значення експоненціальних середніх $S_t^{(1)}$ і $S_t^{(2)}$ можна записати у вигляді

$$\left.\begin{aligned} S_t^{(1)} &= \alpha \sum_{j=0}^{N} \beta^j x(t-j) + \beta^N S_0^{(1)} \\ S_t^{(2)} &= \alpha^2 \sum_{j=0}^{N-1} (j+1) \beta^j x(t-j) \beta^N (N+1) S_0^{(2)} \end{aligned}\right\}. \tag{30}$$

Враховуючи (30), вираз (29) запишеться у вигляді

$$\bar{q}(t) = \begin{vmatrix} \frac{1}{\alpha}\left(S_t^{(1)} - \beta^N S_0^{(1)}\right) \\ \frac{1}{\alpha^2}\left[\alpha\left(S_t^{(1)} - \beta^N S_0^{(1)}\right) + \beta^N (N+1) S_0^{(2)} - S_t^{(2)}\right] \end{vmatrix}. \tag{31}$$

Тоді з виразу (15) коефіцієнт моделі

$$a'(t) = F^{-1}(t)\bar{q}(t) = \begin{vmatrix} \hat{a}_0(t) \\ \hat{a}_1(t) \end{vmatrix} = \\ = \frac{1}{1-\beta^N} \begin{vmatrix} 2S_t^{(1)} - S_t^{(2)} - 2\beta^N S_0^{(1)} + \beta^N (N+1) S_0^{(2)} \\ \frac{\alpha}{\beta}\left(S_t^{(1)} - S_t^{(2)}\right) - \beta^{N-1} S_0^{(1)} + \alpha\beta^{N-1}(N+1) S_0^{(2)} \end{vmatrix}. \tag{32}$$

При досить великому часі спостереження t

$$\hat{a} = \begin{vmatrix} \hat{a}_0 \\ a_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2S_t^{(1)} - S_t^{(2)} \\ \frac{\alpha}{\beta}\left(S_t^{(1)} - S_t^{(2)}\right) \end{vmatrix}. \tag{33}$$

Вираз (33) у точності збігається з виразом, наведеним в [6] для визначення коефіцієнтів у моделі експоненціального згладжування. Стала згладжування β (або ваговий коефіцієнт) вибирається аналогічно сталій згладжування при експоненціальному згладжуванні.

Таким чином, отримана узагальнена модель оперативного прогнозування параметрів системи управління охороною праці (25), яка легко трансформується в модель експоненціального згладжування [6] і може бути розширена для використання інших функцій $f(t)$.

Проведено експериментальні дослідження моделі прогнозування параметрів системи управління охороною праці на даних, наведених в [7]. Дослідження показали, що модель адаптується до реальних даних вже на 3–4 кроці прогнозування, і далі похибка прогнозу не перевищує 2 %.

Висновок. В роботі показана доцільність застосування адаптивного підходу, зокрема моделей експоненціального згладжування, для прогнозування параметрів системи управління охороною праці як найбільш простих і швидко адаптованих до змін вихідної інформації.

1. *Редкозубов С. А.* Статистические методы прогнозирования в АСУ / С. А. Редкозубов. – М.: Энергоиздат, 1981. – 152 с.

2. *Uri N. D.* Peak load forecasting using on adaptive model / Uri N.D. – Eng. Opt. – 1979. – Vol. 4. – P. 57–63.

3. *Trigg D. W.* Exponentional smoothing with an adaptive response rate / D. W. Trigg, A. G. Leach. – Oper. Res. Quart. – 1967. – Vol. 18. – No. 1.

4. *Чуев Ю. В.* Прогнозирование количественных характеристик процессов / Ю. В. Чуев, Ю. Б. Михайлов, В. И. Кузьмин. – М.: Сов. радио, 1975. – 400 с.

5. *Brown R.G.* The fundamental theorem of exponential smoothing / R.G. Brown, R.F. Mayer. – Oper. Res. – 1961. – Vol. 9. – No. 5.

6. *Лукашин Ю. П.* Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования / Ю. П. Лукашин. – М.: Статистика, 1979. – 254 с.

7. *Стан промислової безпеки* в Україні та підсумки роботи органів Держнаглядохоронпраці. – К., 2004. – 76 с.

Надійшло до редакції 15.11.2012 р.
Рекомендовано до друку докт. техн. наук О. Г. Левченком