УДК 622.235

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПЛОСКОЙ ВЗРЫВНОЙ ВОЛНЫ С ГОРНОЙ ВЫРАБОТКОЙ

В. Г. Кравец, докт. техн. наук (НТУУ “КПИ”), П. З. Луговой, докт. техн. наук, В. И. Кошель, инж. (Институт механики им. С. П. Тимошенко НАНУ)

Розглянуто взаємодію плоскої вибухової хвилі з гірничою виробкою прямокутного поперечного перерізу. Розподіл динамічних напружень навколо виробки і трансформація вибухових фронтів визначаються з допомогою променевого методу і стереомеханічної теорії удару. Показано, що динамічні ефекти можуть суттєво впливати на стійкість виробки.

Ключові слова: гірнича виробка, плоска вибухова хвиля, динамічні напруження, променевий метод.

Рассмотрено взаимодействие плоской взрывной волны с горной выработкой прямоугольного поперечного сечения. Распределение динамических напряжений около выработки и трансформация взрывных фронтов определяются с помощью лучевого метода и стереомеханической теории удара. Показано, что динамические эффекты могут существенно влиять на устойчивость выработки.

Ключевые слова: горная выработка, плоская взрывная волна, динамические напряжения, лучевой метод.

The interaction of plane blast wave with rectangular mine opening is considered. Distribution of dynamic stresses around the mine and transformation of explosive fronts are defined by ray-path method and stereomechanical shock theory. It is shown that dynamical effects may significantly influence on stability of mine.

Key words: mine opening, plane blast wave, dynamic stresses, ray-path method.

Введение. Увеличение глубины добычи полезных ископаемых вынуждает проводить тщательный анализ динамического поведения горных выработок на их устойчивость при действии взрывов, горных ударов, землетрясений. При этом актуальными оказываются вопросы математического моделирования явлений отражения и преломления взрывных волн на поверхностях раздела пород с различными механическими свойствами [2, 3]. Высокие значения градиентов полей напряжений и деформаций на фронтах этих волн затрудняют применение для их описания традиционных аналитических и численных методов и приводят к необходимости построения их профилей в классе разрывных функций. При таком подходе оказывается эффективным применение лучевых методов [2–5], позволяющих путем использования лучевого ряда получить достаточно точное решение в прифронтовых зонах волны. В этих случаях уравнение пути, пройденного волной, описывает поверхность фронта волны, нулевой член определяет величину разрыва определяющих функций, а остальные члены ряда описывают изменение давления за фронтом. Для нестационарной взрывной волны можно ограничиться учетом лишь нулевого члена ряда и определять переносимый волной импульс. Тогда можно упростить задачу и применять приемы, используемые в стереомеханической теории удара [1] и базирующиеся на общих теоремах динамики. Такая методика может быть использована для исследования отражения волн, инициированных сейсмическими источниками, горными ударами и взрывами, от горных выработок в грунтах и горных породах.

Постановка и решение задачи. Колебания упругой однородной породы описываются волновыми уравнениями

$$\nabla^2\Phi = \left(\partial^2\Phi / \partial t^2\right)/\alpha^2, \quad \nabla^2\Psi = \left(\partial^2\Psi / \partial t^2\right)/\beta^2 , \tag{1}$$

где Φ и Ψ – скалярный и векторный потенциалы: $\alpha = \sqrt{\lambda+2\mu/\rho}$, $\beta^2 = \sqrt{\mu/\rho}$ – скорости распространения продольных (*P*) и сдвиговых (*S*) волн; λ, μ – параметры Ламе; ρ – плотность.

В связи с тем, что обычно горные удары и взрывы происходят на значительных расстояниях от горных выработок, размеры которых малы по сравнению с радиусами фронтов взрывных волн, то ограничимся далее рассмотрением случаев плоских задач. Векторный потенциал запишем в виде $\psi = \psi q$, где q – единичный вектор, перпендикулярный плоскости решения.

Выразим волновые потенциалы в виде лучевых рядов [4, 5]

$$\Phi(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty}\varphi_k[t-\tau]^{k+2}/(k+2)!, \qquad \Psi(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty}\psi_k q[t-\bar{\tau}]^{k+2}/(k+2)! \tag{2}$$

Здесь x – радиус-вектор; $\varphi_k = \varphi_k(x)$; $\Psi_k = \Psi_k(x)$; $\tau = \tau(x)$; $\bar{\tau} = \bar{\tau}(x)$. В выражениях (2) предполагается, что правые части домножены на $H(t-\tau)$ для *P*-волны и на $H(t-\bar{\tau})$ для *S*-волны, где $H(t)$ – функция Хевисайда, поскольку до прихода фронта волны в рассматриваемую точку упругая порода считается невозмущенной.

Подставляя (2) в (1) и приравнивая нулю коэффициенты перед одинаковыми степенями $(t-\tau)$ и $(t-\bar{\tau})$, получаем определяющие функции τ и $\bar{\tau}$ – уравнения путей, пройденных волнами:

$$(\nabla\tau)^2 = 1/\alpha^2, \quad (\nabla\bar{\tau})^2 = 1/\beta^2 , \tag{3}$$

и уравнения переноса

$$2(\nabla\tau)(\nabla\varphi_k) + \varphi_k\nabla^2\tau = \nabla^2\varphi_{k-1} \qquad (0 \le k < \infty),$$

$$2(\nabla\bar{\tau})\left[\nabla(\Psi_k q)\right] + (\Psi_k q)\nabla^2\bar{\tau} = \nabla^2(q\Psi_{k-1}), \tag{4}$$

где $\varphi_k = 0$, $\psi_k = 0$ при $k \angle 0$.

Решения нелинейных уравнений с частными производными первого порядка приводятся к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений в виде

$$dp / ds = 0, \qquad dx / ds = p, \qquad d\tau / ds = |p|^2. \tag{5}$$

Ее решение представляется в форме

$$x = n\xi + f, \qquad \tau = \xi / \alpha, \qquad \nabla\tau = n / \alpha, \tag{6}$$

где n – единичный вектор нормали к поверхности фронта; f – вектор, определяющий очертания фронта в начальном состоянии; ξ – длина луча. Решение определяет семейство прямолинейных лучей $x(s)$ и ортогональных к ним волновых фронтов τ = const. Аналогичное решение имеет место и для S-волны.

Решение уравнений переноса (4) удобно строить в ортогональной криволинейной лучевой системе координат, образованной лучами и фронтами P-волн. Будем считать, что горные удары и взрывы генерируют сферические волны, поэтому обратимся к случаю осесимметричных волновых фронтов. Тогда при $k = 0$ из (4) следует [5]

$$2\partial\varphi_0 / \partial\xi + (1/R + 1/S)\varphi_0 = 0, \qquad 2\partial\Psi_0 / \partial\xi + (1/\boldsymbol{R} + 1/\boldsymbol{S})\Psi_0 = 0, \tag{7}$$

где R и S – главные радиусы кривизны волнового фронта в плоскости, проходящей через центр источника волн и перпендикулярной оси горной выработки. Уравнения (7) перепишем в виде

$$\partial\left(RS\varphi_0^2\right)/\partial\xi = 0, \qquad \partial\left(\boldsymbol{RS}\Psi_0^2\right)/\partial\xi = 0. \tag{8}$$

Тогда

$$\varphi_0 = \pm\sqrt{\frac{c_0(\gamma)}{RS}}, \qquad \Psi_0 = \pm\sqrt{\frac{\bar{c}_0(\gamma)}{RS}}. \tag{9}$$

Входящие в эти равенства константы $c_0(\gamma)$, $\bar{c}_0(\gamma)$ зависят от координаты γ, определяющей положение точки фронта в его меридиональном сечении. Подставив (9) в правые части уравнений (4) и проинтегрировав их, можно найти φ_1 и ψ_1, а затем φ_2 и ψ_2 и так далее.

Ниже, однако, ограничимся рассмотрением импульсных волн малой длины. В этих случаях, как и в стереомеханической теории удара, отпадает необходимость построения профиля взрывной волны, и оказывается достаточным отслеживать только переносимый на фронте волны ударный импульс. Для его определения можно считать, что профили функций тензоров напряжений $\sigma(\xi)$, $\bar{\sigma}(\xi)$ P-или S-волны являются прямоугольными ступеньками с малой длиной основания $\Delta\xi$. Для описания таких функций в (2) необходимо удерживать только по одному первому члену ряда с индексом $k = 0$ и функции $\sigma(\xi)$, $\overleftarrow{\sigma}(\xi)$ вычислять с помощью соотношений [5]:

$$\sigma = 2\mu(\varphi_0 \nabla\tau\nabla\tau) + \lambda\varphi_0 / \alpha^2,$$
$$\overleftarrow{\sigma} = \mu\left[\nabla\overleftarrow{\tau}\nabla\overleftarrow{\tau}\times(\varphi_0 q)\right] + \mu\left[\nabla\overleftarrow{\tau}\times(\varphi_0 q)\nabla\overleftarrow{\tau}\right]. \quad (10)$$

Сопоставление равенств (9), (10) позволяет заключить, что при распространении вдоль лучей разрывов σ и $\overleftarrow{\sigma}$ на фронте взрывной волны их значения меняются так:

$$\sigma = C(\gamma)/\sqrt{RS}, \qquad \overleftarrow{\sigma} = \overleftarrow{C}(\gamma)/\sqrt{RS}, \quad (11)$$

где = $C(\gamma)$, $\overleftarrow{C}(\gamma)$ – некоторые тензоры второго ранга, определяемые из начальных условий.

Таким образом, равенства (6), (11) позволяют по заданным начальным импульсным воздействиям определить формы фронтов *P*- и *S*-волн и величины движущихся с ними разрывов. В однородных упругих породах эти волны распространяются независимо и взаимодействуют только на граничных поверхностях или поверхностях раздела двух сред с разными механическими свойствами, на которых падающая волна расщепляется на систему различным образом поляризованных отраженных и преломленных волн. Применение лучевых методов связано с постановкой и решением двух задач. Первая из них – кинематическая. Она заключается в геометрическом построении лучей и системы подвижных фронтов, а также в выявлении особенностей, в окрестности которых интенсивность поля может неограниченно (в рамках теории упругости) возрастать. Вторая задача является чисто динамической. Она связана с определением полей напряжений в некоторой окрестности поверхности волнового фронта и решается с помощью системы уравнений переноса (10).

При исследовании рассеивания импульсной волны на поверхности *G* раздела двух упругих пород используем локально-плоское приближение [4], согласно которому можно полагать, что в месте падения волны на разделяющую поверхность локально поверхность раздела и фронт являются плоскими и угол падения волны равен углу между нормалями к соответствующим поверхностям.

Решение задачи о рассеивании падающей волны на границе *G* начинается с построения лучевых систем отраженных и преломленных волн. Причем, поскольку взаимодействие падающей волны любого вида (*P* или *S*) с границей раздела двух пород сопровождается образованием обоих видов прошедших волн, распространяющихся вдоль своих лучей со своими скоростями, в общем случае необходимо строить четыре системы лучевых координат.

Обозначим θ и ψ углы между перпендикуляром к поверхности раздела и направлениями распространения *P*- и *S*-волн соответственно; параметры волн, относящиеся к породе, в которой распространяются исходные и отраженные волны, будем помечать цифрой *1*, волны, проникшие во вторую породу – цифрой *2*; для обозначения величин, относящихся к волнам до ударного взаимодействия и после него, используем знаки ”–” и ”+” соответственно. Тогда, если падающей есть *P*-волна, соответствующие лучевые системы координат могут быть построены с помощью закона Снелля:

$$\frac{\sin\theta_{1-}}{\alpha_1}=\frac{\sin\theta_{1+}}{\alpha_1}=\frac{\sin\psi_{1+}}{\beta_1}=\frac{\sin\theta_{2+}}{\alpha_2}=\frac{\sin\psi_{2+}}{\beta_2}. \qquad (12)$$

Для определения интенсивности проникших и отраженных импульсных *P*- и *S*-волн выпишем соотношения теории упругости в лучевой системе координат $\xi\eta\zeta$, в которой координата ξ совпадает с направлением луча, координата η отсчитывается в плоскости взаимодействия волн, а ζ дополняет систему до правой тройки.

Выражения для компонент $\varepsilon_{\xi\varsigma}$, $\sigma_{\xi\eta}$ тензора σ имеют вид

$$\sigma_{\xi\varsigma}=\lambda\left(\varepsilon_{\xi\varsigma}+\varepsilon_{\eta\eta}+\varepsilon_{\varsigma\varsigma}\right)+2G\varepsilon_{\xi\varsigma}=\left(2G+\lambda\right)\varepsilon_{\xi\varsigma}, \qquad \sigma_{\varsigma\eta}=G\varepsilon_{\varsigma\eta}. \qquad (13)$$

Здесь учтено, что для плоской ударной волны можно принять $\varepsilon_{\xi\varsigma}=\varepsilon_{\varsigma\varsigma}=0$. Обозначим через *u, v, w* соответствующие компоненты вектора упругих перемещений в породе. Можно записать

$$\varepsilon_{\xi\xi}=\partial u/\partial\xi, \qquad \varepsilon_{\xi\eta}=\partial\nu/\partial\xi. \qquad (14)$$

Поскольку $u=u(\xi-\alpha t)$, $\nu=\nu(\xi-\beta t)$, имеем

$$\partial u/\partial\xi=u', \quad \partial u/\partial t=\dot{u}=-\alpha u', \quad \partial\nu/\partial\eta=\nu', \quad \partial\nu/\partial t=\dot{\nu}=-\beta\nu'.$$

Тогда

$$\sigma_{\xi\varsigma}=\left(2G+\lambda\right)u'=-p\alpha\dot{u}, \qquad \sigma_{\varsigma\eta}=G\nu'=-p\beta\dot{\nu}. \qquad (15)$$

Установленная связь между скачками напряжения на фронте плоской ударной волны и скоростями движения упругого элемента позволяет далее процесс взаимодействия волн на границе раздела упругих пород рассматривать в терминах теории упругих тел [1], определяя ее с помощью скорости $\dot{u}_{1+}$, $\dot{v}_{1+}$, $\dot{u}_{2+}$, v_{2+} элементов упругих пород после их взаимодействия.

Пусть плоская, падающая под углом θ_{1-} ударная волна имеет профиль прямоугольного импульса длиной $\alpha_1\Delta t$. Выделим на фронте этой волны участок, который при падении опирается на отрезок границы единичной длины, и подсчитаем количество движения, которым обладает заключенный в нем упругий элемент:

$$\vec{Q}_{1-} = \alpha_1 \Delta t \rho_1 \dot{u}_{1-} \cos\theta_1 (\sin\theta_1 \vec{i} - \cos\theta_1 \vec{j}). \quad (16)$$

В результате взаимодействия падающей волны с границей инициируются отраженные *P*- и *S*-волны, которые приводят в движение разные элементы первой и второй сред. Количество движения, заключенное в соответствующих элементах отраженных *P*- и *S*-волн, составляет:

$$\vec{Q}_{1+} = \alpha_1 \Delta t \rho_1 \dot{u}_{1+} \cos\theta_1 (\sin\theta_1 i + \cos\theta_1 \vec{j}) + \beta_1 \Delta t \rho_1 \dot{\upsilon}_{1+} \cos\psi_1 (\cos\psi_1 \vec{i} - \sin\psi_1 \vec{j}). \quad (17)$$

Элементы проникших *P*- и *S*-волн обладают количеством движения

$$\vec{Q}_{2+} = \alpha_2 \Delta t \rho_2 \dot{u}_{2+} \cos\theta_2 (\sin\theta_2 i + \cos\theta_2 \vec{j}) - \beta_2 \Delta t \rho_2 \dot{\upsilon}_{2+} \cos\psi_2 (\cos\psi_2 \vec{i} - \sin\psi_2 \vec{j}). \quad (18)$$

Используя равенство $\vec{Q}_{1-} = \vec{Q}_{1+} + \vec{Q}_{2+}$, после проектирования на оси Оx, Оy имеем первые два уравнения для определения четырех неизвестных $\dot{u}_{1+}$, $\dot{\upsilon}_{1+}$, $\dot{u}_{2+}$, $\dot{\upsilon}_{2+}$:

$$\alpha_1\rho_1 \sin\theta_1 \cos\theta_1 \dot{u}_{1+} + \beta_1\rho_1 \cos^2\psi_1 \dot{\upsilon}_{1+} + \alpha_2\rho_2 \sin\theta_2 \cos\theta_2 \dot{u}_{2+} - \beta_2\rho_2 \cos^2\psi_2 \dot{\upsilon}_{2+} =$$
$$= \alpha_1\rho_1 \sin\theta_1 \cos\theta_1 \dot{u}_{1-},$$

$$\alpha_1\rho_1 \cos^2\theta_1 \dot{u}_{1+} - \beta_1\rho_1 \sin\psi_1 \cos\psi_1 \dot{\upsilon}_{1+} - \alpha_2\rho_2 \cos^2\theta_2 \dot{u}_{2+} - \beta_2\rho_2 \sin\psi_2 \cos^2\psi_2 \dot{\upsilon}_{2+} =$$
$$= -\alpha_1\rho_1 \cos^2\theta_1 \dot{u}_{1-}. \quad (19)$$

Другие два уравнения строятся из условия непрерывности перемещений на границе двух сред. В нашем случае ему соответствует условие непрерывности скоростей:

$$(\dot{u}_{1-} + \dot{u}_{1+})\big|_G = \dot{u}_{2+}\big|_G. \quad (20)$$

Проектируя его на оси Оx, Оy, получаем

$$\sin\theta_1 \dot{u}_{1+} + \cos\psi_1 \dot{\upsilon}_{1+} - \sin\theta_2 \dot{u}_{2+} + \cos\psi_2 \dot{\upsilon}_{2+} = -\sin\theta_1 \dot{u}_{1-}$$
$$\cos\theta_1 \dot{u}_{1+} - \sin\psi_1 \dot{\upsilon}_{1+} + \cos\theta_2 \dot{u}_{2+} + \sin\psi_2 \dot{\upsilon}_{2+} = \cos\theta_1 \dot{u}_{1-}. \quad (21)$$

Уравнения (19), (21) позволяют вычислить $\dot{u}_{1+}$, $\dot{\upsilon}_{1+}$, $\dot{u}_{2+}$, $\dot{\upsilon}_{2+}$ и с помощью соотношений для интенсивностей ударных волн продолжить построение отраженных и прошедших волн.

Перейдем к рассмотрению частного случая отражения *P*-волны от свободной поверхности неподкрепленной горной выработки прямоугольного поперечного сечения. Так, если *P*-волна падает на свободный край выработки, то условие (20) и соответствующие уравнения (21) утрачивают силу, поскольку вектор перемещений $\vec{u}_{2+}$ теряет смысл. Кроме того, $\vec{Q}_{2+}=0$ и условие $\vec{Q}_{1-}=\vec{Q}_{1+}$ дает

$$\dot{u}_{1+}=-\frac{\cos(\theta_1+\psi_1)}{\cos(\theta_1-\psi_1)}\dot{u}_{1-}\,,\ \upsilon_{1+}=\frac{2\alpha_1\sin\theta_1\cos^2\theta_1}{\beta_1\cos\psi_1\cos(\theta_1-\psi_1)}\dot{u}_{1-}\,. \qquad (22)$$

При взаимодействии фронта ударной волны с поверхностью горной выработки происходит формирование отраженных продольных и поперечных волн, приводящих к существенной перестройке полей напряжений и деформаций. Расчет этих напряжений осуществляется с помощью специально разработанных программ.

Конкретная задача о взаимодействии плоской взрывной волны с прямоугольной горной выработкой с закругленными углами решена для случая, когда выработка полностью расположена в однородном массиве со следующими физико-механическими параметрами: ρ_1 = 1,25 т/м^3, λ_1 = 1,7 $\times$ 10^9 Па, μ_1 = 0,662·10^9 Па. Размеры выработки 2×3 м, радиус закруглений 0,3 м. Поверхность выработки свободна от нормальных и касательных напряжений и связей. Считается, что плоский фронт взрывной *P*-волны интенсивностью 5 МПа наклонен под углом 45° к горизонтальной и вертикальной осям выработки (рис. 1). Тут точка *1* контура выработки лежит на вертикальной оси, точка *5* – на горизонтальной оси, лобовая точка *3* – в вершине закругленного угла, точки *2* и *4* расположены между соответствующими точками контура.

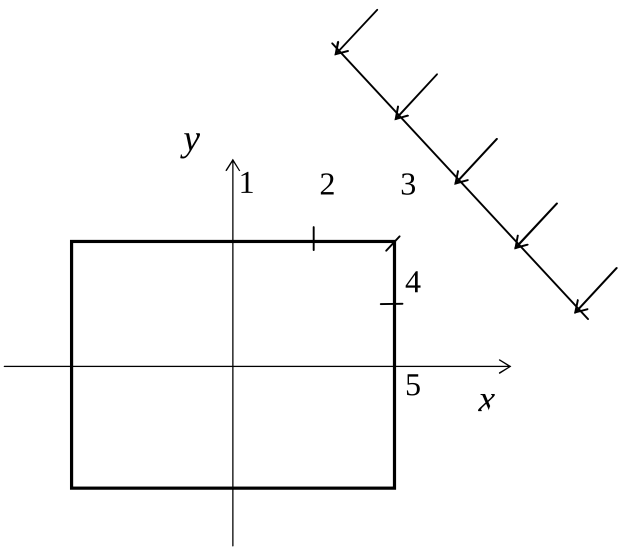

Рис. 1. Схема взаимодействия взрывной волны с горной выработкой

На рис. 2 представлено решение кинематической задачи, которое иллюстрирует распространение отраженных от выработки P_+ и S_+ волн разрежения.

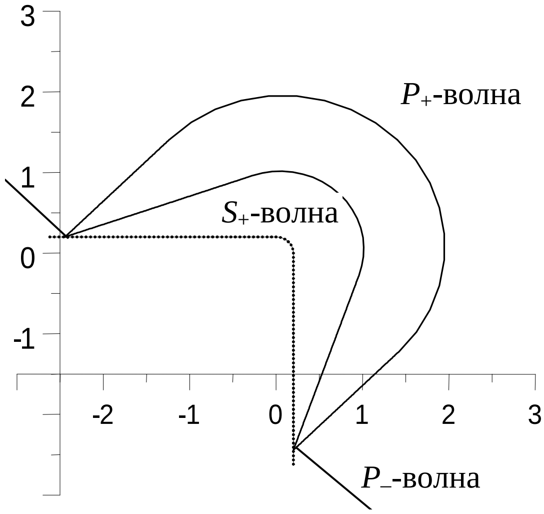

Рис. 2. Фронты продольных и поперечных отраженных волн

По разработанной методике была решена соответствующая динамическая задача, результаты которой представлены на рис. 3 в виде распределения максимальних динамических напряжений (*а* – σ_y, *б* – σ_x) по контуру выработки.

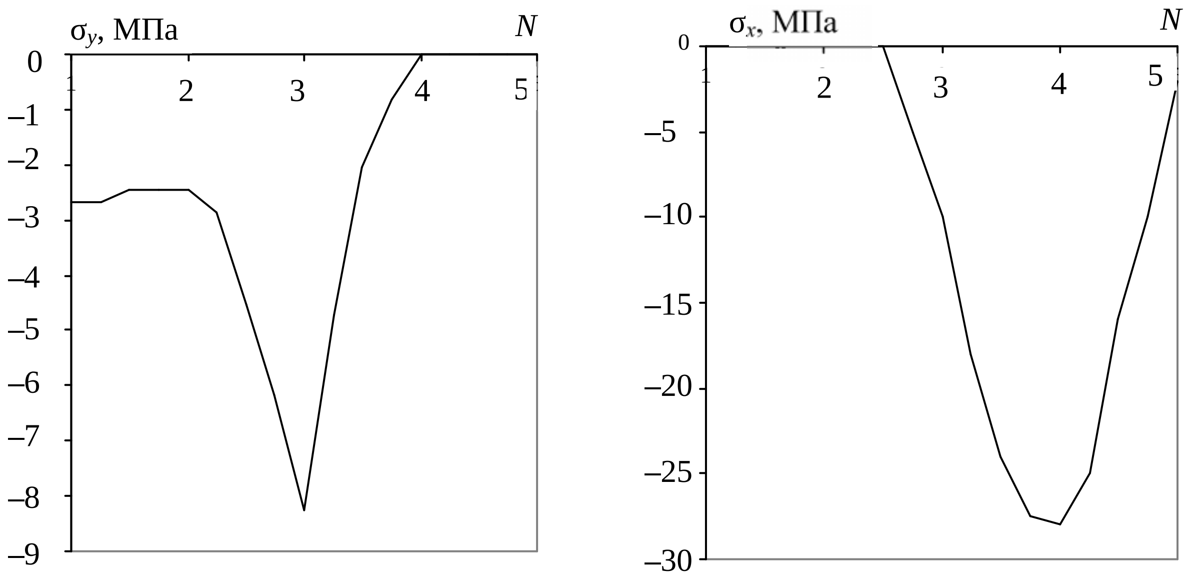

Рис. 3. Распределение напряжений σ_x и σ_y по контуру выработки

Выводы

Анализ численных результатов показывает, что для свободного края выработки концентрация напряжений имеет место в окрестности закругленного угла (точка *3* на рис. 1). В соответствии с заданными граничными условиями σ_x равно нулю в точках *4* и *5* и $\sigma_y = 0$ в точках *1* и *2*. Из приведеного решения задачи следует, что динамические напряжения могут иметь решающее значение в процессе потери устойчивости горной выработки. Поэтому в шахтах, в которых ведутся интенсивные взрывные работы или опасные по горным ударам, при конструировании и расчете крепи нужно вводить коэфициент запаса прочности.

1. *Гольдсмит В.* Удар. Теория и физические свойства соударяемых тел / В. Гольдсмит. – М.: Госстройиздат, 1965. – 448 с.

2. *Гуляев В. И.* Дифракция сферической ударной волны на плоскости раздела упругих сред / В. И. Гуляев, П. З. Луговой, Г. М. Иванченко // Прикл. механика. – Т. 33, № 10. – 1997. – С. 51–58.

3. *Гуляев В. И.* Отражение плоской ударной волны от эллипсоидальной поверхности раздела упругих сред / В. И. Гуляев, П. З. Луговой, Г. М. Иванченко, О. В. Яковенко //Доповіді НАНУ. – № 4. – 1998. – С. 69–74.

4. *Кравцов Ю. А.* Геометрическая оптика неоднородных сред / Ю. А. Кравцов, Ю. И. Орлов. – М.: Наука, 1980. – 304 с.

5. *Подильчук Ю. Н.* Лучевые методы в теории распространения и рассеяния волн / Ю. Н. Подильчук, Ю. К. Рубцов. – К.: Наук. думка, 1988. – 220 с.