

УДК 621.01

## ДИНАМІЧНИЙ СИНТЕЗ ВАЖІЛЬНОГО МЕХАНІЗМУ ПО КОЕФІЦІЄНТУ НЕРІВНОМІРНОСТІ РУХУ В ПРОГРАМІ MATHCAD

*І. М. Мацюк, канд. техн. наук, Е. М. Шляхов, доцент (Національний гірничий університет)*

*Рассмотрен метод определения момента инерции маховика при помощи программного продукта Mathcad.*

*Розглянуто метод визначення моменту інерції маховика за допомогою програмного продукту Mathcad.*

*The method for inertia moment of fly-wheel through the software product Mathcad is examined.*

Як відомо, динамічний синтез важільного механізму по коефіцієнту нерівномірності руху полягає у визначенні моменту інерції маховика, який вводиться у привод з метою зменшення нерівномірності руху. Означений параметр може бути визначений у результаті розв'язання рівняння руху механізму. Історично склалося, що перші розв'язки рівняння руху механізму зроблені графоаналітичними методами. З розвитком чисельних методів графоаналітичні відходять на другий план.

З появою сучасних комп'ютерних графічних (Autocad, Компас) та математичних (зокрема Mathcad) пакетів відроджується інтерес до графоаналітики, яка має точність чисельних методів і зберігає свою незаперечну якість – наочність.

Приклади розв'язання задач механіки і, зокрема, теорії механізмів і машин у програмному продукті Mathcad наведені в [1, 2], а також в капітальній праці В. Д. Бертяєва [3], в якій задачу зменшення нерівномірності руху розв'язують на основі диференціального рівняння руху механізму.

В цій статті пропонується метод визначення моменту інерції маховика за допомогою програмного продукту Mathcad на основі рівняння руху механізму у формі інтегралу енергії.

Відомо [4], що поведінку реального плоского механізму з одним ступенем свободи можна описати за допомогою одномасової динамічної моделі (рис. 2).

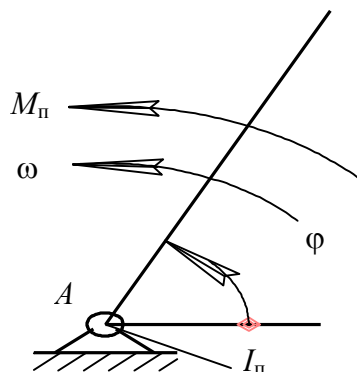


Рис. 1. Одномасова динамічна модель механізму

За ланку приведення приймається кривошип, до осі обертання якого приводяться момент інерції  $I_{\Pi}$  і момент сил  $M_{\Pi}$ . Таким чином, рівняння руху механізму замінюється рівнянням руху однієї ланки, яка рухається так, що у будь-який момент часу його узагальнена координата збігається з узагальненою координатою механізму.

Значення приведених моменту сил і моменту інерції обчислюють за формулами

$$M_{\Pi} = \sum_{i=1}^{i=n} \left[ P_i \frac{v_i}{\omega} \cos(\vec{P}_i \vec{v}_i) + M_i \frac{\omega_i}{\omega} \right], \quad (1)$$

$$I_n = \sum_{i=1}^{i=n} \left[ m_i \left( \frac{v_{si}}{\omega} \right)^2 + I_{si} \left( \frac{\omega_i}{\omega} \right)^2 \right] + I_{дв} u^2. \quad (2)$$

У формулах (1) і (2) підсумовування проводиться за всіма рухомими ланками механізму. В цих формулах  $P_i$  – зовнішня сила, прикладена до ланки  $i$ ;  $v_i$  – швидкість точки прикладення цієї сили;  $\cos(\vec{P}_i \vec{v}_i)$  – косинус кута між векторами сили  $P_i$  і швидкості  $v_i$ ;  $M_i$  – зовнішній момент сил, прикладений до ланки  $i$ ;  $\omega_i$  – кутова швидкість ланки  $i$ ;  $\omega_1$  – кутова швидкість ланки приведення;  $m_i$  – маса ланки  $i$ ;  $v_{si}$  – швидкість центру мас ланки  $i$ ;  $I_{si}$  – момент інерції ланки  $i$  відносно осі, що проходить через центр мас ланки;  $I_{дв}$  – момент інерції ротора двигуна;  $u$  – передавальне число приводу;  $n$  – число рухомих ланок механізму.

Значення  $M_{\Pi}$  і  $I_{\Pi}$  розраховують для кожного значення узагальненої координати механізму, яке відповідає певному плану механізму через рівні кути за один оберт кривошипа. Таким чином отримуємо  $M_{\Pi}$  і  $I_{\Pi}$  як функцію кута повороту  $\phi$  ланки приведення, що задані у вигляді відповідних матриць.

Наприклад, представимо ці матриці для восьми рівновіддалених положень кривошипа в такому вигляді (розмірність одиниць – система SI).

$$M_{\Pi} := (-0,23 \quad -274,4 \quad -950,5 \quad 19,9 \quad 1,26 \quad -300,0 \quad -23,9 \quad -15,9 \quad -0,23);$$

$$I_{\Pi} := (4,93 \quad 5,07 \quad 5,1 \quad 5,1 \quad 4,93 \quad 5,05 \quad 5,1 \quad 5,14 \quad 4,93).$$

Середня кутова швидкість кривошипу в даному прикладі

$$\omega_{cp} := 15 \text{ c}^{-1}.$$

У програмі Mathcad матриці даних мають такий вигляд (позначимо  $M_{\Pi} = \nu y$ ,  $I_{\Pi} = \nu y_1$  і  $\phi = \nu \phi$ ):

$$vy^T = (-0,23 \quad -274,4 \quad -950,5 \quad 19,9 \quad 1,26 \quad -300,9 \quad -23,9 \quad -15,9 \quad -0,23)$$

$$vy_1^T = (4,93 \quad 5,07 \quad 5,1 \quad 5,1 \quad 4,93 \quad 5,05 \quad 5,1 \quad 5,14 \quad 4,93)$$

$$v\phi^T = (0 \quad 0,785 \quad 1,571 \quad 2,356 \quad 3,142 \quad 3,927 \quad 4,712 \quad 5,498 \quad 6,283).$$

За допомогою функції *cspline* апроксимуємо залежності  $M_{\pi} = f(\phi)$  і  $I_{\pi} = f(\phi)$ :

$$S := cspline(v\phi, vy) \quad S_1 := cspline(v\phi, vy_1);$$

$$M_{\pi p}(\phi) := \text{interp}(S, v\phi, vy, \phi) \quad I_{\pi p}(\phi) := \text{interp}(S_1, v\phi, vy_1, \phi).$$

Будуємо графіки  $M_{\pi} = f(\phi)$  і  $I_{\pi} = f(\phi)$  (рис. 2).

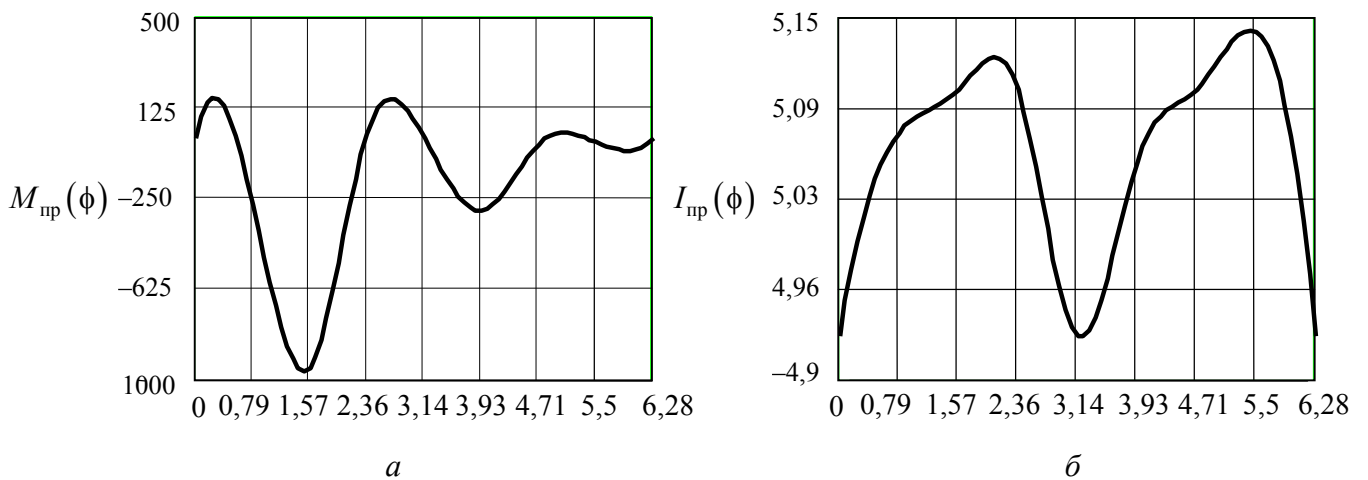


Рис. 2. Залежність від кута повороту ланки приведення: (а) моменту сили  $M_{\pi} = f(\phi)$ ; (б) моменту інерції  $I_{\pi} = f(\phi)$

З рівняння руху механізму у формі інтегралу енергії [1] кутова швидкість ланки приведення у функції кута повороту на проміжку від 0 до  $\phi$  може бути виражена залежністю

$$\omega(\phi) := \sqrt{\frac{2}{I_{\pi}(\phi) + I_{\max}} \int_0^{\phi} (M_{\pi}(\phi) + M_{\text{дв}}) d\phi + \frac{I_{\pi}(0) + I_{\max}}{I_{\pi}(\phi) + I_{\max}} \omega_0^2}, \quad (3)$$

де  $\omega_0$  – значення кутової швидкості при  $\phi = 0$ ;  $I_{\max}$  – момент інерції маховика, величину якого необхідно визначити.

Момент на валу двигуна знаходимо, усереднюючи приведений момент сил по куту повороту кривошипа з виразу

$$A_{\text{пс}} := \int_0^{2\pi} M_{\pi}(\phi) d\phi \quad M_{\text{дв}} := \frac{A_{\text{пс}}}{2\pi} \quad M_{\text{дв}} = 184 \text{ Нм}.$$

Момент двигуна приймається постійним.

Таким чином, за допомогою виразу (3) при  $I_{\max} = 0$  отримують закон зміни кутової швидкості ланки приведення у функції її кута повороту (рис. 3).

З цього закону визначають коефіцієнт нерівномірності руху  $\delta$ , який є однією з кінематичних характеристик усталеного руху.

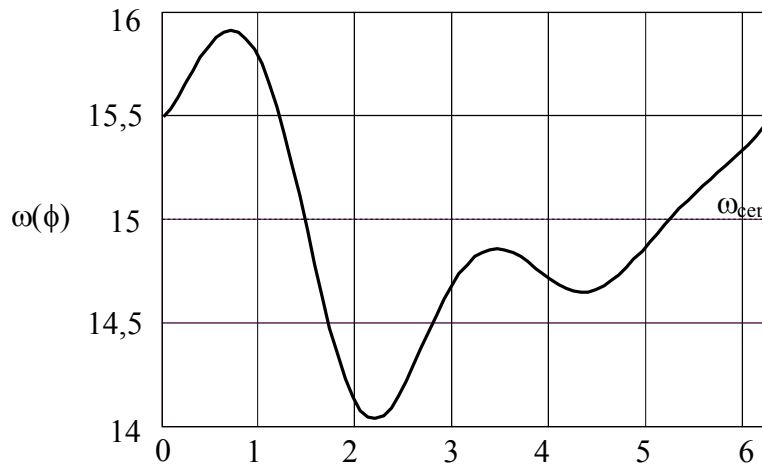


Рис. 3. Закон зміни кутової швидкості ланки приведення у функції його кута повороту

$$\begin{aligned} \phi &:= \pi & \text{Given } 0 \leq \phi \leq 2\pi & & \phi_{\max} &:= \text{maximize } (\omega, \phi) \\ \phi_{\max} &= 0,705 & \omega_{\max} &= \omega(\phi_{\max}) & \omega_{\max} &= 19,649 \\ \phi &:= \pi & \text{Given } 0 \leq \phi \leq 2\pi & & \phi_{\min} &:= \text{minimize } (\omega, \phi) \\ \phi_{\min} &= 2,185 & \omega_{\min} &= \omega(\phi_{\min}) & \omega_{\min} &= 10,465 \\ \delta &:= \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\text{сеп}}} & \delta &= 0,61, \end{aligned}$$

де  $\omega_{\max}$ ,  $\omega_{\min}$ ,  $\omega_{\text{сеп}}$  – максимальне, мінімальне і середнє значення кутової швидкості кривошипа за цикл.

Середнє значення кутової швидкості за цикл визначають як середнє арифметичне швидкостей  $\omega_{\max}$  і  $\omega_{\min}$ .

Отримавши закон  $\omega(\phi)$ , визначають закон

$$t(\phi) := \int_0^{\phi} \frac{1}{\omega(\phi)} d\phi. \quad (4)$$

При цьому повинна мати місце рівність

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{\omega(\phi)} d\phi = 0,42. \quad (5)$$

де  $t_0 = \frac{2\pi}{\omega_{\text{сеп}}} = 0,42$  – час одного оберту кривошипа.

Отримавши функцію (4), неважко знайти залежність  $\omega(t)$ . При цьому рівність (5) замінюється рівністю

$$\int_0^{t_0} \omega(t) dt = 2\pi. \quad (6)$$

Практично задача визначення моменту інерції маховика розв'язується в такій послідовності.

Надаючи певні значення моменту інерції маховика  $I_{\max}$  і кутової швидкості ланки приведення в початковому положенні  $\omega_0$ , досягають того, щоб  $\delta$  дорівнював або був меншим від заданого значення; одночасно повинна виконуватися рівність (6). Результатом розв'язання є величина моменту інерції маховика і закон руху кривошипа  $\omega(t)$ , який можна зобразити графічно (рис. 4).

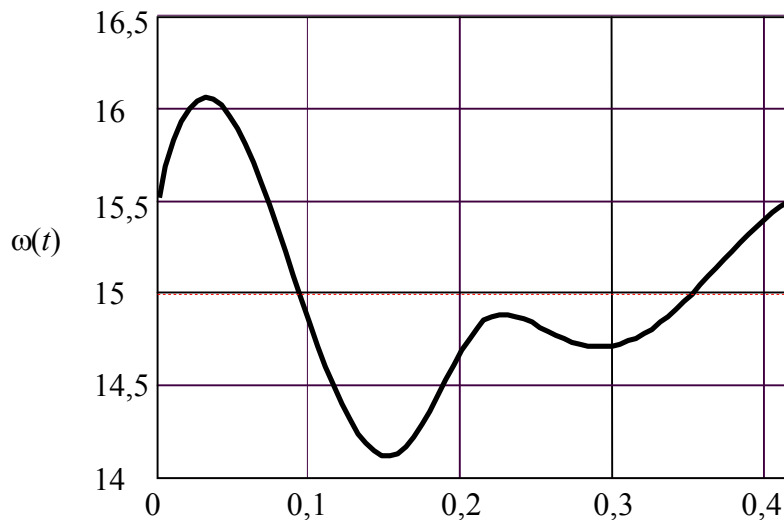


Рис. 4. Закон руху ланки приведення при коефіцієнті нерівномірності руху  $\delta = 1/8$

$$\int_0^{t_0} \omega(t) dt = 6,28 \quad \omega_0 = 15,52 \quad I_{\max} = 19,92 \quad \delta = 0,125 \quad \omega_{\text{сер}} = 15,003.$$

У наведеному прикладі введення маховика з моментом інерції  $20 \text{ кгм}^2$  дозволило знизити нерівномірність з  $\delta = 0,61$  до  $\delta = 0,125$ .

Таким чином, викладений метод ілюструє значні можливості програмного продукту Mathcad для осучаснення графоаналітичних методів дослідження механізмів.

Запропонований метод може бути використаний в інженерній практиці, а також студентами вузів при виконанні курсових проектів з теорії механізмів і машин.

1. Хлебосолов И. О. Графоаналитические методы расчета механизмов с использованием ЭВМ // Теория механизмов и машин. Т. 2. – 2004. – № 2 (4). – С. 40–44.

2. Дослідження важільних механізмів з допомогою ПЕОМ: Навч. посібник / Ф. Й. Златопольський, Г. Б. Філімоніхін, В. В. Коваленко, О. Б. Чайковський. – Кіровоград: ПП «КОД», 1999. – 107 с.

3. Бердяев В. Д. Теоретическая механика на базе Mathcad. Практикум. – С.-Пб.: БХВ-Петербург, 2005. – 752 с.

4. Левитская О. Н., Левитский Н. И. Курс теории механизмов и машин: Учебник для вузов. – М.: Высшая школа, 1978. – 269 с.