

**В.С. Козьяков**, к.т.н, доц., **М.В. Лугових**, студ. (НТУУ «КПІ»)

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КОАГУЛЯЦІЇ АЕРОЗОЛЮ ПІД ДІЄЮ УЛЬТРАЗВУКУ

**V. Koziakov, M. Lugovykh** (National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute»)

## MATHEMATICAL MODEL OF COAGULATION AEROSOLS ACTION OF ULTRASOUND

*У даній статті розглянуто механізми впливу ультразвукових коливань на осадження аерозолів з характерним розміром частинок, порядку мікрометра. Запропоновано математичну модель для опису кінетики коагуляції залежно від основних параметрів ультразвукового впливу, властивостей аерозолю і середовища: частоти і амплітуди ультразвукових коливань, концентрації і дисперсного складу вихідного аерозолю, в'язкості і температури середовища, фізико-хімічних властивостей матеріалу частинок.*

**Ключові слова:** коагуляція аерозолю; ультразвукова дія; функція розподілу частинок по розмірам.

*В данной статье рассмотрены механизмы влияния ультразвуковых колебаний на осаждение аэрозолей с характерным размером частиц, порядка микрометра. Предложена математическая модель для описания кинетики коагуляции в зависимости от основных параметров ультразвукового воздействия, свойств аэрозоля и среды: частоты и амплитуды ультразвуковых колебаний, концентрации и дисперсного состава исходного аэрозоля, вязкости и температуры среды, физико-химических свойств материала частиц.*

**Ключевые слова:** коагуляция аэрозоля; ультразвуковое воздействие; функция распределения частиц по размерам.

*In this article the mechanisms of action of ultrasonic vibrations to the deposition of aerosols with a typical particle size, the order of a micrometer. The mathematical model to describe the kinetics of coagulation depending on the basic parameters of ultrasonic impact properties of aerosol and environment: the frequency and amplitude of the ultrasonic vibrations, concentration and dispersion of the original spray, viscosity and temperature environment, physical and chemical properties of the material particles.*

**Keywords:** aerosol coagulation; ultrasound performance; distribution function of particle size.

**Вступ.** Незважаючи на численні дослідження еволюції аерозольних хмар, до теперішнього часу не розроблені фізико-математичні моделі, які адекватно описують комплекс взаємопов'язаних процесів, що протікають в аерозолі. Це пов'язано зі складністю опису кінетики дрібнодисперсних хмар з урахуванням випаровування крапель внаслідок теплообміну з навколишнім середовищем, процесів коагуляції і осадження. Фізико-математична модель, що представлена

в роботі, дозволяє враховувати ці процеси і розраховувати зміну дисперсності аерозолу в часі.

**Мета роботи** – дослідити фізико-математичну модель засновану на рівнянні Смолуховського, що описує динаміку зміни функції розподілу часток аерозолів за розмірами з урахуванням ультразвукового впливу.

**Результати дослідження.** Розглянемо трансформацію розподілу часток в довільній хмарі за розмірами з плином часу  $t$ . При цьому зробимо такі припущення:

- хмара частинок просторово однорідна;
- істотними є ефекти зіткнення частинок; враховуються тільки парні зіткнення (параметр «упаковки», тобто відношення обсягу всіх частинок до займаного ним об'єму повітря, набагато менше одиниці), кожне зіткнення призводить до злиття частинок.

Представимо балансове рівняння (інтегральний варіант рівняння Смолуховського), що описує зміну з часом вектору масової функції розподілу часток за розмірами [1]:

$$\frac{\partial f(D,t)}{\partial t} = I_1 + I_2 + I_3, \quad (1)$$

де  $I_1$  – функція, що описує спад частинок з діаметром  $D$  за одиницю часу в одиниці об'єму за рахунок зіткнення частинки діаметра  $D$  з будь-якою частинкою діаметра  $D_1$ :

$$I_1 = - \int_0^{D_{\max}(t)} K(D, D_1) f(D_1, t) dD_1, \quad (2)$$

де  $K(D, D_1)$  – ймовірність зіткнень частинок,  $D_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{18\eta H}{G\rho_p t}}$ ,  $H$  – прискорення вільного падіння,  $\eta$  – динамічна в'язкість середовища,  $\rho_p$  – щільність частки.

Всі частинки, маса яких перевищує критичне значення  $D_{\text{кр}}(t)$ , випадають з хмари і не приймають подальшої участі в коагуляції; спектр мас частинок на кожен момент часу  $t$  буде обрізаний праворуч за рахунок седиментації великих частинок, причому, поступово ця межа буде зміщуватися в бік все більш малих частинок [2].

Член  $I_2$  описує виникнення частинок діаметра  $D$  за рахунок їх зіткнення з діаметрами  $D_1$  і  $D - D_1$ :

$$I_2 = \frac{1}{2} \int_0^D K(D - D_1, D_1) f(D_1, t) f(D - D_1, t) dD_1. \quad (3)$$

Член  $I_3$  описує зменшення маси частинок за рахунок їх випаровування:

$$I_3 = \frac{\partial}{\partial D} \frac{dD}{dt} \dot{r} D \quad . \quad (4)$$

У моделі Смолуховського для обліку параметрів впливу (частоти і амплітуди акустичних коливань) необхідно внести відповідні зміни [3].

Вірогідність зіткнень частинок – найважливіший параметр, що визначає швидкість коагуляції і осадження аерозолі. У відсутності зовнішніх полів ця величина визначається броунівським рухом. У базовій моделі (1) вважалося, що вірогідність зіткнень пропорційна площі перетину (тобто, квадрату діаметрів) частинок з коефіцієнтом  $k_b$ :

$$K(D, D_1) = \frac{k_b n_0}{v} D^2 + D_1^2 \quad , \quad (5)$$

де  $k_b$  – коефіцієнт пропорційності,  $n_0$  – концентрація частинок,  $v$  – коефіцієнт кінематичної в'язкості середовища.

Ультразвуковий вплив підвищує ймовірність зіткнень частинок. Тому вираз (5) має змінитися, включивши в себе параметри, які характеризують ультразвуковий вплив. Перш за все, це амплітуда і частота поля. В результаті такого впливу в звуковому полі виникають агрегати частинок при їх взаємодії і перебігу навколо них. Якщо лінія струму в потоці, що виникає близько однієї частинки, захоплює іншу, проходячи в трубці діаметром, рівним подвійному діаметру цієї частки  $2D$ , можна розрахувати число зустрічей частинок в полі. Отже число зустрічей в одиниці довжини для першої частки в одиницю часу дорівнює

$$N = dS n_0 U_0 \quad , \quad (6)$$

де  $dS$  – площа перетину лінії струму,  $U_0$  – швидкість частинок [4].

Якщо рівні звукового тиску невеликі, то можна отримати вираз для числа зустрічей, яке пропорційне квадрату діаметра частинок, квадрату швидкості руху їх (величина, обумовлена амплітудою випромінювання), концентрації частинок і коефіцієнту обтікання  $k_{обт}$ :

$$N \approx \frac{U_0^2 n_0 k_{обт}^2}{v} D^2 + D_1^2 \quad . \quad (7)$$

Під дією сил акустичного поля частка залучається до коливання згідно ортокінетичної гіпотези. Захоплення середовищем частки може бути краще або гірше залежно від характеристик цього середовища і частки, що визначається величиною коефіцієнта захоплення  $k_{увл}$  – амплітуди швидкості частинки, віднесеної до амплітуди швидкості газу. Оскільки частка в середовищі відчуває силу Стокса, співвідношення, яке визначає коефіцієнт захоплення, запишеться:

$$k_{увл} = \frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad (8)$$

де  $\phi = \rho_p D^2 / 18z$  – час стоксової релаксації частинки,  $\omega$  – частота ультразвукового поля;  $z$  – коефіцієнт динамічної в'язкості газу.

Вираз (8) показує, що частки коливаються з амплітудою, відрізняється від амплітуди коливань середовища, і ця відмінність тим більше, ніж більше щільність і діаметр цієї частки, а також чим більше частота акустичного впливу і нижче в'язкість газу [5].

Вираз для коефіцієнта захоплення в акустичному полі показує, що частка захоплюється полем, внаслідок чого підвищується ймовірність зіткнень із заданою часткою в  $k_{обт}^2 = k_a (1 - k_{увл})^2$ , де  $k_a$  – деякий коефіцієнт, а ймовірність зіткнень двох частинок з діаметрами  $D$  і  $D_1$  пропорційна  $N(1 - k_{увл})^2$ .

З урахуванням (6) - (8) отримаємо:

$$K(D, D_1) = \frac{k_b n_0}{v} (D^2 + D_1^2) \left( 1 + k_a U_0^2 \left( 1 - \frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2} \right)^2 \right) \quad (9)$$

З аналізу виразу (9), слідує:

- ймовірність зіткнень у відсутності ультразвукового поля  $k_a U_0^2 = 0$  зводиться к випадку броунівського руху (5);
- ймовірність зіткнень підвищується при збільшенні амплітуди акустичного поля (швидкість  $U_0$ );
- при відносно низьких частотах впливу ( $\omega^2 \tau^2 \ll 1$ ) воно стає неефективним ( $k_{увл} \rightarrow 1, (1 - k_{увл}) \rightarrow 0$ );
- існує певна частота поля, відповідна умові  $\omega^2 \tau^2 \gg 1$ .

При подальшому підвищенні частоти коливань збільшення ймовірності зіткнень не відбувається. Таку частоту можна назвати «оптимальною», при якій коагуляція аерозолів відбувається найбільш ефективно ( $k_{увл} \rightarrow 1, (1 - k_{увл}) \rightarrow 0$ ).

Асимптотичний аналіз виразу (9) дозволяє отримати неефективні (низькі) і найбільш ефективні (оптимальні) частоти УЗ впливу:

$$\omega_{min} = \frac{1}{\tau} \sqrt{1 - \frac{1}{1 - 2 L_{SP}}}; \quad (10)$$

$$\omega_{max} = \frac{1}{\tau} \sqrt{\frac{1}{L_{SP}} - 1} \quad (11)$$

де  $L_{SP}$  – рівень звукового тиску, Дб.

Якщо збільшення ймовірності зіткнень частинок при ультразвуковому впливі, в порівнянні з імовірністю зіткнень без впливу позначити через величину  $K_1$ :

$$K_1 = 1 + k_a U_0^2 \left( 1 - \frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2} \right)^2, \quad (12)$$

то цей коефіцієнт в залежності від частоти буде поводитися, як показано на рис.1.

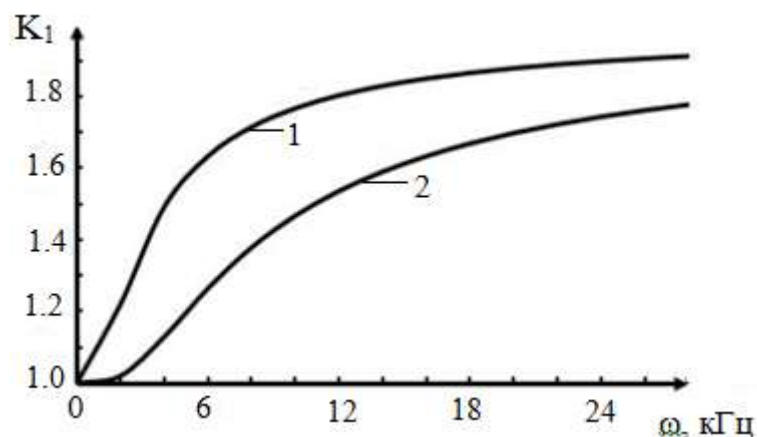


Рис.1. Підвищуючий коефіцієнт  $K_1$  в залежності від частоти акустичного впливу:

1 –  $D = 5$  мкм; 2 –  $D = 1$  мкм

Величини оптимальної та мінімальної частот впливу, розраховані за формулами (10) і (11) та зведені в табл.1 [6].

Таблиця 1

Оптимальна і мінімальна частоти ультразвукових коливань

$D$ , мкм	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\omega_{min}$ , кГц	36	19	8	4,5	2,8	2	1,4	1,2	1	0,4
$\omega_{max}$ , кГц	132	71	52,5	37	26	18,1	13,3	10,1	8	6,5

Отже, за даними таблиці видно, що чим менше розмір часток, тим більш висока частота акустичного впливу потрібна для їх осадження.

### Висновки

Запропоновано фізико-математична модель коагуляції аерозолі при акустичному впливі на основі інтегрального рівняння Смолуховського. При

цьому залежність від інтенсивності і частоти ультразвукового впливу включена в вираз, описує вірогідність зіткнень частинок.

Отримано залежності ефективності осадження від частоти і амплітуди ультразвуку.

За допомогою асимптотичного аналізу отримані вирази для оптимальної частоти акустичного впливу.

Показано, що зі зменшенням розмірів частинок оптимальна частота впливу (з точки зору коагуляції частинок) збільшується.

### Список використаних джерел

1. Волощук, В.М. Кинетическая теория коагуляции [Текст] / В.М. Волощук. – Л.: Гидрометеиздат, 1984. – 284 с.
2. Хмелев, В.Н. Комплексное исследование акустической коагуляции мелкодисперсного аэрозоля [Текст] / А.В Шалунов, Р.Н. Голых, К.В. Шалунова // Ползуновский вестник. – 2010. – № 3. – С. 303–309.
3. Балабеков, О.С. Очистка газов в химической промышленности. Процессы и аппараты [Текст] / О.С. Балабеков, Л.Ш. Балтабаев. - М.: Химия, 1991. - 256 с.
4. Кудряшова, О.Б. Физико-математическая модель коагуляции субмикронных аэрозолей с учетом испарения и осаднения при ультразвуковом воздействии [Текст] / А.А. Антонникова, С.С. Титов // Теплофизика и аэромеханика. – 2013. – Т. 20, № 3. – С. 389-392.
5. Розенберг, Л.Д. Физические основы ультразвуковой технологии [Текст] / Л.Д. Розенберг. – М.: Наука, 1970. – 689 с.
6. Бабков, В.С. Анализ математических моделей распространения примесей от точечных источников [Текст] / В.С. Бабков, Т.Ю. Ткаченко // Наукові праці ДонНТУ. – 2011. – Вип. 13(185). – С. 147 – 155.

*Стаття надійшла до редакції 01.04.2016 р.*

УДК 544.733.422

**В.С. Козьяков**, к.т.н., доц., **М.В. Лугових**, студ. (НТУУ «КПІ»)

### ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ УЛЬТРАЗВУКОВОЇ КОАГУЛЯЦІЇ АЕРОЗОЛІВ В ПРОМИСЛОВОСТІ

---

**V. Koziakov, M. Lugovykh** (National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute»)

### PRACTICAL APPLICATION ULTRASOUND COAGULATION AEROSOL INDUSTRY

---