

---

## ГІРНИЧІ МАШИНИ ТА ОБЛАДНАННЯ

---

УДК 622.271

**А. І. Крючков**, канд. техн. наук, доц., **Л. І. Євтеєва**, ас. (НТУУ «КПІ»)

### ОБГРУНТУВАННЯ МЕТОДИКИ РОЗРАХУНКУ ЗМІННОЇ ЕКСПЛУАТАЦІЙНОЇ ПРОДУКТИВНОСТІ ЕКСКАВАТОРА ТИПУ МЕХЛОПАТА НА БЛОЦІ

---

**A.I. Kruchkov, L.I. Yevtieieva** (National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute»)

### RATIONALE FOR METHODOLOGY OF CALCULATION OF VARIABLE EXPLOITATIONAL PRODUCTIVITY OF EXCAVATORS OF POWER-SHOVEL TYPE ON THE BLOCK

*З використанням ймовірнісної динамічної нестационарної моделі розглядається процес формування змінної експлуатаційної продуктивності екскаватора типу механічна лопата. Враховано ймовірнісний характер процесу екскавації та вплив на нього як випадкових коливань швидкості копання та коефіцієнта використання екскаватора так і їх обмежень, що дозволило значно підвищити адекватність і точність розроблених моделей.*

**Ключові слова:** екскаватор; продуктивність; модель; швидкість копання; коефіцієнт використання в часі; щільність ймовірності;

*С использованием вероятностной динамической нестационарной модели рассмотрен процесс формирования сменной эксплуатационной производительности эскаватора типа механическая лопата. Учен вероятностный характер процесса эскавации и влияния на него как случайных колебаний скорости копания эскаватора и коэффициента использования эскаватора во времени, так и их ограниченный, что позволило значительно повысить адекватность и точность разработанных моделей.*

**Ключевые слова:** эскаватор; производительность; модель; скорость копания; коэффициент использования во времени; плотность вероятности.

*Process of formation of variable exploitation productivity of excavator of power-shovel type using a probabilistic dynamic nonstationary model is considered. It is taken into account the probabilistic nature of the excavation process and the impact on it as random fluctuations of rate of digging and coefficient of excavator use so and their limitations that allowed raising considerably adequacy and accuracy of the developed models.*

**Keywords:** excavator; productivity; model; digging rate; coefficient of use in time; probability density.

**Актуальність роботи.** Одним з головних елементів гірничих робіт на кар'єрі є вміння розрахувати продуктивність екскаватора на блоці при проектуванні робіт, при нормуванні та плануванні видобутку, при розрахунку собівартості виробництва, заробітної плати та організації робіт на кар'єрі.

На протязі останніх 30-40 років в цьому напрямку постійно проводиться науково-дослідна та методична робота, яка дозволила розробити ряд інженерних методик розрахунку продуктивності екскаватора [1, 2, 6].

До останнього часу такі розрахунки проводились виходячи з експериментальних спостережень за раніше досягнутим рівнем видобутку при аналогічних умовах [5, 6, 7]. Базуючись на цьому підході, розроблені методики розрахунку продуктивності екскаваторів, де за основу приймаються нормативи часу на виконання окремих технологічних процесів та операцій. На основі цих методів розроблені норми виробки на відкриті гірничі роботи [5, 14].

Аналіз відповідності нормативної та фактичної продуктивності екскаваційних робіт на кар'єрах показав, що більше ніж на 67% розглянутих екскаваційних блоках ці величини значно не співпадали (коефіцієнт лінійної кореляції в середньому  $r = 0,28$ ). Такий стан зумовлений не тільки недоліками при нормуванні та організації екскаваційних робіт на кар'єрах, а також і недосконалістю нормативних матеріалів та моделей, на яких вони базуються.

Таким чином, при розрахунку продуктивності екскаватора за зміну задовільні результати одержані тільки в вузькому діапазоні значень, що свідчить про необхідність подальшого удосконалення методики їх розрахунку. При цьому таке удосконалення повинно йти не по шляху повної відмови від раніше зробленого, а шляхом створення на наукових засадах більш адекватної моделі екскаваційних робіт, яка буде включати в себе раніше створені моделі, що знайшли практичне підтвердження в окремих випадках.

Однією з головних умов адекватності моделі об'єкту дослідження є вибір наукового принципу, на якому модель базується. В нашому дослідженні в залежності від обставин та мети дослідження такими принципами можуть бути: принцип найменшої дії; принцип максимальної ентропії; принцип дуальності при русі маси в просторі [10]. Більш адекватні моделі окремих технологічних процесів на екскаваційному блоці підвищують достовірність розрахунку параметрів режиму роботи екскаватора, що дозволяє синтезувати загальну модель екскаваційних робіт, точність і достовірність якої значно покращуються.

**Метою роботи** є забезпечення науковим обґрунтуванням методики розрахунку змінної експлуатаційної продуктивності екскаватора типу мехлопата з використанням ймовірнісних математичних моделей та експериментальних спостережень за процесом екскавації гірських порід з підвищенням коефіцієнта кореляції між розрахунковими та фактичними значеннями до 0,75...0,85, тобто в три рази.

**Результати досліджень.** У роботі [9] розроблені математичні ймовірнісні динамічні нестационарні моделі процесу копання гірського масиву ковшем екскаватора типу пряма мехлопата, які найбільш повно відповідають технологічному процесу, що моделюється. Подібного типу моделі базуються на принципі дуальності при русі маси в просторі [10]. При цьому нестационарна щільність ймовірності продуктивності копання описується виразом, який є розв'язком рівняння Фокера-Планка-Колмогорова (ФПК) [11]. Для стаціонарного випадку розподіл щільності ймовірностей продуктивності

копання  $\Pi_K$  при кількості циклів копання за зміну  $n > 20$  асимптотично спрямовується не до традиційного нормального (закон Гауса), а до нормального усіченого розподілу [14]

$$\omega(\ddot{I}_{\hat{E}}) = \frac{C_{\hat{E}}}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\hat{E}}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{\ddot{I}_{\hat{E}} - \bar{I}_{\hat{E}}}{\sigma_{\hat{E}}}\right] \quad (1)$$

де  $C_{\hat{E}} = \frac{\hat{I}_k - \bar{I}_k}{\sigma_{\hat{E}}} \hat{O} \frac{\bar{I}_{\hat{E}}}{\sigma_{\hat{E}}}$  – коригуючий множник, що охоплює діапазон зміни швидкості копання  $V_k = (0 \dots V_k^{\max})$  і визначається через функцію

$$\bar{I}_{\hat{E}} = \int_0^{\hat{I}_k} \omega(\ddot{I}_{\hat{E}}) d\ddot{I}_{\hat{E}}$$

Лапласа  $\Phi(x)$  [7];  $\hat{O} = \int_0^{\hat{I}_k} \omega(\ddot{I}_{\hat{E}}) d\ddot{I}_{\hat{E}}$  – математичне очікування продуктивності копання екскаватора без урахування її випадкових коливань і обмежень;  $D(\ddot{I}_{\hat{E}}) = \sigma_{\hat{E}}^2$  – дисперсія продуктивності копання екскаватора.

Тоді математичне очікування продуктивності копання з урахуванням її випадкових коливань і обмежень визначається за виразом [14]

$$\hat{I}_{\hat{E}} = \bar{I}_{\hat{E}} - R_{\hat{E}} f_{\hat{E}}(R_{\hat{E}}, \hat{I}_k^{\max}) \quad (2)$$

$$f_{\hat{E}}(R_{\hat{E}}, V_k^{\max}) = \frac{C_{\hat{E}}}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\hat{I}_k^{\max} - \bar{I}_k)^2}{2\sigma_{\hat{E}}^2}\right] \exp\left[-\frac{\bar{I}_k^2}{2\sigma_{\hat{E}}^2}\right]$$

де  $R_{\hat{E}} = \frac{\sigma_{\hat{E}}}{\bar{I}_{\hat{E}}}$  – коефіцієнт варіації обмеження по продуктивності копання;  $\hat{I}_k^{\max}$  – верхнє

обмеження по продуктивності копання.

Дослідження показали [13], що формування коефіцієнта використання екскаватора в часі  $K_B$  як за зміну, так і за місяць є процесом випадковим зі щільністю ймовірності розподілу

$$\omega(K_B) = \frac{(\lambda K_B t_c) \lambda^{n-1}}{\tilde{A}(n)} \exp(-\lambda K_B t_c) \quad (3)$$

Для всіх екскаваційних вибоїв характерне обмеження коефіцієнта використання екскаватора в часі на максимальному рівні  $K_B^{\max} = 0,6 \dots 0,7$ . Таким чином щільність ймовірності для  $K_B$  при  $n \rightarrow \infty$  асимптотично спрямовується не до нормального, а до усіченого нормального розподілу

$$\omega(K_B) = \frac{C_{KB}}{\sqrt{2\pi} \sigma_{KB}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{K_B - \bar{K}_B}{\sigma_{KB}}\right] \quad (4)$$

де  $C_{KB} = \frac{\bar{K}_B^{\max} - \bar{K}_B}{\sigma_{KB}} \hat{O} \frac{\bar{K}_B}{\sigma_{KB}}$  – корегуючий множник, який знаходиться через функцію Лапласа  $\hat{O}(x)$ .

$$\bar{K}_B = \frac{\mu}{\lambda + \mu}; \quad \sigma_{KB}^2 = \frac{\mu^2}{(\lambda + \mu)^2}. \quad (5)$$

з параметрами:  $\mu$  – інтенсивність ліквідації простоїв екскаватора,  $хв^{-1}$ ;  $\lambda$  – інтенсивність настання простоїв екскаватора,  $хв^{-1}$ .

Враховуючи вираз (5), математичне очікування коефіцієнта використання екскаватора в часі з врахуванням його варіації та обмежень знайдемо з виразу

$$\hat{K}_B = \bar{K}_B - f_{KB} (R_{KB}, K_B^{\max}) \quad (6)$$

де  $R_{KB} = \bar{K}_B / \sigma_{KB}$  – коефіцієнт варіації  $K_B$ ;  $\hat{K}_B$  та  $\bar{K}_B$  – математичні очікування з врахуванням випадкових коливань та обмежень і без них.

Таким чином, розподіл ймовірності випадкової величини експлуатаційної продуктивності екскаватора за зміну  $D_3$  залежить від розподілу ймовірностей двох також випадкових величин  $\Pi_K$  і  $K_B$ .

Спільний двовимірний розподіл ймовірності експлуатаційної продуктивності та коефіцієнта використання екскаватора за зміну також підпорядковується подвійному нормальному розподілу

$$\omega(\check{I}_{\hat{E}}, K_B) = \left( 2\pi\sigma_{\check{I}_{\hat{E}}} \sigma_{KB} \sqrt{1-\rho^2} \right)^{-1} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[ \frac{\check{I}_{\hat{E}} - \bar{I}_{\hat{E}}}{\sigma_{\check{I}_{\hat{E}}}} - \frac{2\rho(\check{I}_{\hat{E}} - \bar{I}_{\hat{E}})(K_B - \bar{K}_B)}{\sigma_{\check{I}_{\hat{E}}} \sigma_{KB}} + \frac{(K_B - \bar{K}_B)^2}{\sigma_{KB}^2} \right] \right\} \quad (7)$$

де  $\rho$  – коефіцієнт лінійної кореляції, який враховує взаємний статистичний зв'язок випадкових величин  $\Pi_K$  та  $K_B$ .

Встановлена закономірність дозволяє аналітично описати розподіл ймовірностей експлуатаційної змінної продуктивності екскаватора, як добуток двох випадкових величин  $D_3 = \Pi_K \cdot K_B t_3$ , (де  $\Pi_K$  і  $K_B$  випадкові величини з нормальним розподілом ймовірностей) [10] (рис. 1):

$$\omega(\check{A}_{\check{C}}) = \frac{1}{\pi\sigma_{\check{A}} \sqrt{1-\rho^2}} \exp \left\{ -\frac{\rho}{1-\rho^2} \frac{\check{A}_{\check{C}} - \bar{A}_{\check{C}}}{\sigma_{\check{A}}} - \frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[ \frac{\check{A}_{\check{C}} - \bar{A}_{\check{C}}}{\sigma_{\check{A}}} \right]^2 \right\} \quad (8)$$

де  $\rho$  – коефіцієнт лінійної парної кореляції між коефіцієнтом використання екскаватора за зміну  $K_B$  та середньою продуктивністю копання  $\Pi_K$ , за той же період часу;  $\sigma_{\check{A}}^2 = \check{I}_{\hat{E}}^2 \sigma_{KB}^2 + \sigma_{\hat{E}A}^2 \check{I}_{\hat{E}}^2 + \sigma_{\check{I}_{\hat{E}}}^2 \hat{E}_{\check{A}}^2$  – дисперсія експлуатаційної змінної продуктивності екскаватора;  $\bar{A}$  – математичне очікування

експлуатаційної продуктивності екскаватора за зміну;  $\hat{E}_0 \frac{\hat{A}_c - \bar{A}_c}{\sigma_A (1 - \rho^2)}$  – циліндрична модифікована функція Бесселя другого роду нульового порядку (функція Мак-Дональда) [12].

Якщо зв'язок між продуктивністю копання  $\Pi_K$  та сумарним часом копання за зміну  $t_k$  відсутній, (тобто  $\rho = 0$ ) одержимо:

$$\omega(\hat{A}_c) = (\pi \sigma_A^2)^{-1} \hat{E}_0 \frac{\hat{A}_c - \bar{A}_c}{\sigma_A} \quad (9)$$

Можна показати [10], що вираз (8) є розв'язком стаціонарного рівняння ФПК (в нашому випадку рівняння Бесселя) у відповідності з принципом дуальності при русі маси в просторі:

$$\frac{d^2 \omega(\hat{A}_c)}{d \hat{A}_c^2} + \frac{1}{\hat{A}_c \sigma_A} \frac{d \omega(\hat{A}_c)}{d \hat{A}_c} - \frac{2\rho}{\sigma_A (1 - \rho^2)} \frac{d \omega(\hat{A}_c)}{d \hat{A}_c} - \frac{1 + \frac{\rho}{\hat{A}_c}}{\sigma_A (1 - \rho^2)} \omega(\hat{A}_c) = 0 \quad (10)$$

де  $\hat{A}_c = \frac{\hat{A}_c - \bar{A}_c}{\sigma_A}$  – відцентрована нормована величина експлуатаційної

змінної продуктивності екскаватора;  $\sigma_A^2$  – дисперсія величини  $\hat{A}_c$ ;  $\omega(\hat{A}_c)$  – щільність вірогідності експлуатаційної продуктивності екскаватора за зміну.

Розв'язок рівняння (10) в загальному випадку має такий самий вигляд, як і вираз (8), хоча і отриманий в інший спосіб.

Порівняння одержаного в роботі закону розподілу ймовірності експлуатаційної продуктивності екскаватора з нормальним законом (який частіше за інші використовується при розрахунках) навіть при  $\rho = 0$ , не кажучи вже про випадок  $\rho \neq 0$ , показала, що заміна першого другим дійсно призводить до значних похибок, які не допустимі навіть для приблизних розрахунків.

Експериментальна перевірка відповідності гістограм, побудованих по фактичних замірах продуктивності екскаваторних забоїв, аналітичному виразу (8) підтвердила (по критеріям Пірсола і Колмогорова), що змінна експлуатаційна продуктивність екскаватора дійсно відповідає приведеному закону розподілу ймовірності, який описується функцією Мак-Дональда і буде врахований в подальшому моделюванні роботи екскаватора та побудований на базі цієї моделі методиці розрахунку змінної експлуатаційної продуктивності екскаватора (рис. 2).

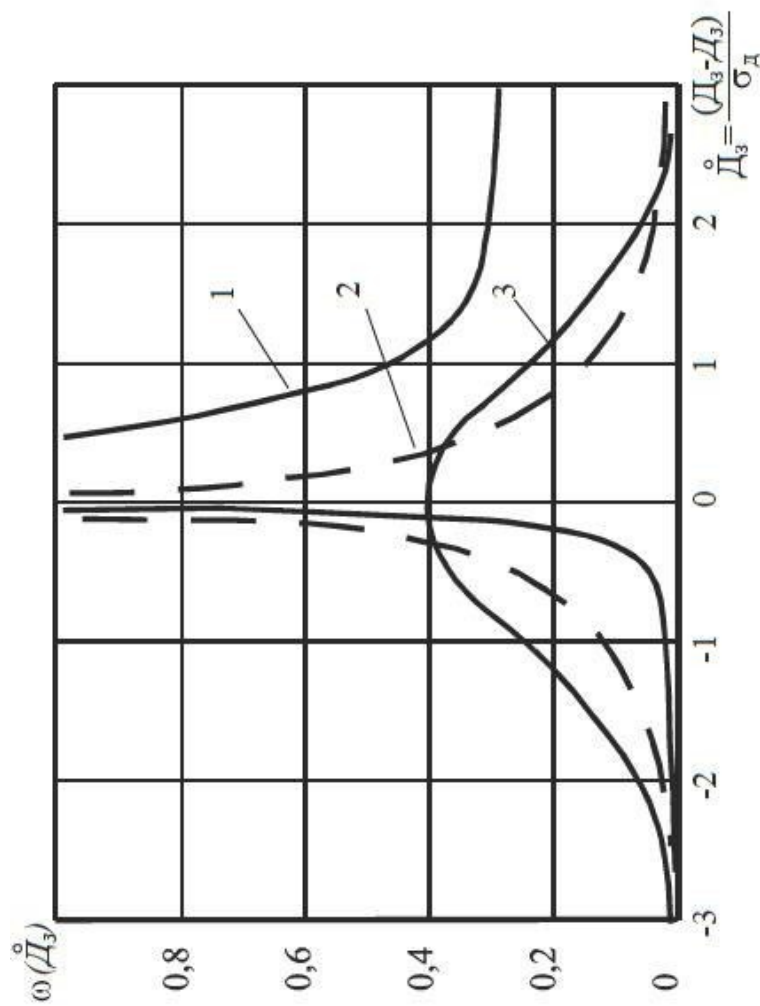


Рис. 1. Щільність ймовірності отриманого розподілу при коефіцієнтах кореляції 1 –  $\rho = +0,9$ ; 2 –  $\rho = +0,1$ ; 3 – нормальний розподіл щільності ймовірності.

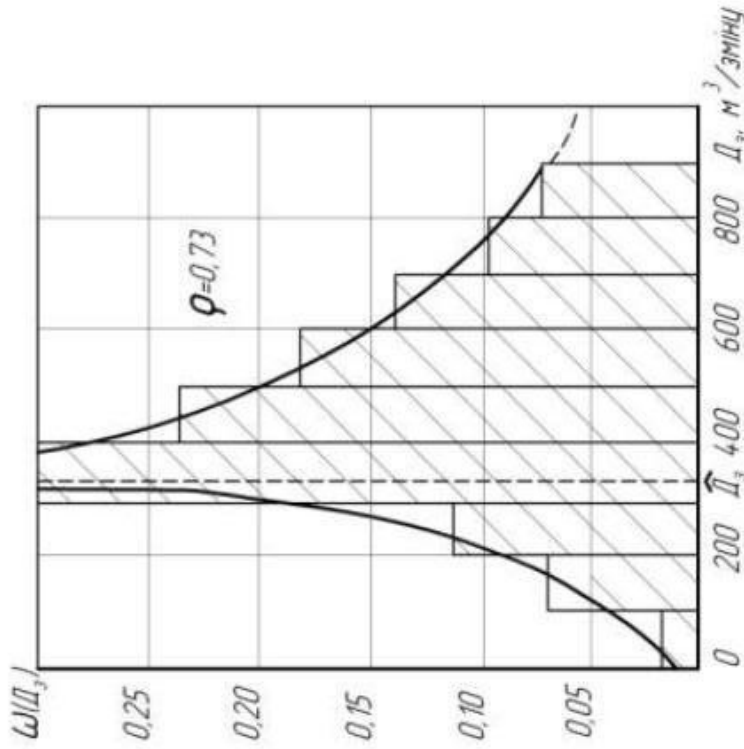


Рис. 2. Гістограма і теоретична щільність ймовірності розподілу змінної продуктивності экскаватора типу ЕКГ-5А.

Встановлена закономірність щільності ймовірності змінної експлуатаційної продуктивності екскаватора (8) дозволить розрахувати її середнє значення (математичне очікування)

$$\hat{A}_C = \frac{\bar{A}_C - \bar{A}_C}{\sigma_A} \omega \hat{A} \quad (11)$$

Після деяких перетворень та спрощення середня змінна продуктивність екскаватора з урахуванням ймовірнісного характеру процесу випадкових коливань та обмежень розраховується з використанням виразу

$$\hat{A}_C = \frac{3600 \bar{I}_{\hat{E}} (1 - R_{I\hat{E}}) \bar{E}_A (1 - R_{KB}) t_C}{1 + \sqrt{R_{I\hat{E}}^2 - 2\rho R_{I\hat{E}} R_{KB} + \hat{E}_{KB}^2}}, \text{ м}^3 / \text{зміну}. \quad (12)$$

Таким чином, для адекватного моделювання процесу формування змінної експлуатаційної продуктивності екскаватора необхідно врахувати з достатньою повнотою не тільки ймовірнісний характер процесу копання, але й обмеження як на швидкість копання, так і на можливість використання екскаватора в часі.

Структура методики розрахунку змінної експлуатаційної продуктивності екскаватора приведена на рис. 3.

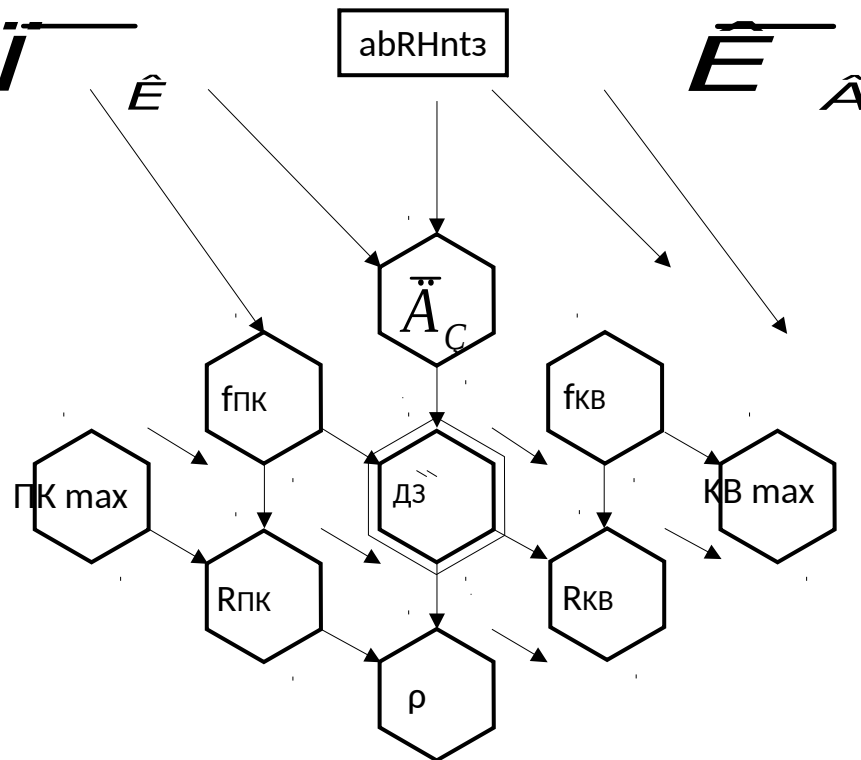


Рис. 3. Щільність ймовірності експлуатаційної змінної продуктивності екскаватора з урахуванням випадкових коливань та обмежень.

## Висновки

1. Існуючі методики розрахунку змінної експлуатаційної продуктивності екскаватора типу ЕКГ побудовані на найпростіших детермінованих статичних математичних моделях, що не дозволяє отримати достатню достовірність і точність при проектуванні і прогнозуванні гірничих робіт на кар'єрі (коефіцієнт кореляції  $\sim 0,28$ ).

2. Процес екскавації є ймовірнісним динамічним нестационарним і дисипативним процесом, тому модель його повинна базуватися на фундаментальному принципі дуальності при русі маси в просторі.

3. Процес копання при моделюванні розглядається як рух тіла змінної маси (ківш з ґрунтом) в середовищі з нелінійним опором копанню, що звелось до гаусовського нестационарного процесу.

4. Врахування технологічних і організаційних перерв, а також простоїв через низьку надійність ланцюга технологічного обладнання розглядається як марківський нестационарний процес (система ймовірнісних рівнянь Маркова-Колмогорова), що дозволяє врахувати все розмаїття застосовуваних технологій на екскаваторному блоці.

5. Об'єднуюча просторово-часова модель повного процесу екскавації є ймовірнісною динамічною нестационарною і дисипативною моделлю, що враховує як особливості щільності ймовірності змінної експлуатаційної продуктивності екскаватора, так і вплив на неї випадкових коливань і обмежень швидкості копання і коефіцієнта використання екскаватора в часі.

6. Проведені дослідження є науковою основою для розробки інженерної методики розрахунку змінної експлуатаційної продуктивності екскаватора, структура якої наведена в статті.

## Список використаних джерел

1. Мельников, Н.В. Теория и практика открытых разработок [Текст] / Н.В. Мельников, А.И. Арсентьев, М.С. Газизов и др. // под общ. ред. Н.В. Мельникова. – М., Недра, 1973. – 636 с.

2. Собко, Б.Ю. Совершенствование технологии открытой разработки россыпных титаново-циркониевых руд [Текст] / Собко Б.Ю. – Днепропетровск Национальный горный университет, 2008 – 167 с.

3. Технология открытой разработки месторождений полезных ископаемых. Часть 1. Технология, механизация и автоматизация производственных процессов на открытых горных работах. Под общ. ред. М.Г. Новожилова. М., Недра, 1971. – 512 с.

4. Дриженко, А.Ю. Відкриті гірничі роботи [Текст] / Дриженко А.Ю. – Дніпропетрівськ: НГУ, 2014. – 590 с.

5. Темченко, О.А. Наукові основи формування конкурентоспроможної технології відкритої розробки залізорудних родовищ у системі гірничо-збагачувального комбінату: дис. ... доктора техн. наук: 05.15.03 / Темченко



Олександр Анатолійович. – Київ: НТУУ «КПІ», 2014. – 315 с. «Відкрита розробка родовищ корисних копалин» / О.А. Темченко. – К., 2014. – 36 с.

6. Крючков, А.И. Влияние вариации и корреляции параметров режима работы очисного комбайна на нагрузку лавы: дис. ... кандидата техн. наук: 05.15.02 / Крючков Анатолий Иванович. – М., 1988. – 233 с.

7. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров [Текст] / пер. с англ. / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1968. – 720 с.

8. Методика расчета производительности экскаватора [Текст]: Нормы технологического проектирования предприятий промышленности нерудных строительных материалов. – Л.: Стройиздат, 1977. – 566 с.

9. Крючков, А.И. Математична модель процесу копання экскаватора типу мехлопата [Текст] / А.И. Крючков, Л.И. Євтеєва // «Вісник НТУУ «КПІ»: зб. наук. праць. – К.: ВПК «Політехніка», 2011. – Вип. 20. – С. 122 – 131. – (Серія «Гірництво»).

10. Воробьев, В.Д. Аналитический метод определения производительности и энергоемкости процесса копания экскаватора типа мехлопата [Текст] / В.Д. Воробьев, А.И. Крючков, Л.И. Евтеева // ISSN 2074-1537 Сучасні ресурсоенергозберігаючі технології гірничого виробництва. – 2009. – Вип. 1/2009(3). – С. 26-34.

11. Крючков, А.И. Энергоемкость погрузки горной массы в транспортные средства одноковшовым экскаватором [Текст] / А.И. Крючков, Л.И. Евтеева // «Вісник НТУУ «КПІ»: зб. наук. праць. – К.: ВПК «Політехніка», 2010. – Вип. 19. – С. 79 – 86. – (Серія «Гірництво»).

12. Крючков, А.И. Закономерности формирования производительности экскаватора типа мехлопата [Текст] / А.И. Крючков, Л.И. Евтеева // Уголь Украины: – 2010. – Вип. 10. С. 13-15.

13. Крючков, А.И. Закономерности формирования и математическая модель коэффициента машинного времени очисных комбайнов [Текст] / А.И. Крючков // Сборник трудов Вроцловского политехнического ин-та. Вроцлав. Содружество: 1983. – Вып. 39. С. 113-120.

14. Крючков, А.И. Аналитический метод определения производительности и энергоемкости процесса копания экскаватора типа мехлопата [Текст] / А.И. Крючков, Л.И. Евтеева // ISSN 2074-1537 Сучасні ресурсоенергозберігаючі технології гірничого виробництва. – 2016. – Вип. 1(16)/2016. – С. 21-30.

*Стаття надійшла до редакції 25.04.2016 р.*