

## ФІЗИЧНІ ПРОЦЕСИ ГІРНИЧОГО ВИРОБНИЦТВА

УДК 539.375 + 624.139.329

### МОДЕЛЮВАННЯ ПОШИРЕННЯ ЦИЛІНДРИЧНИХ УДАРНИХ ХВИЛЬ У ШАРУВАТИХ ГРУНТОВИХ МАСИВАХ

*І.А. Лучко, докт. техн. наук (ЗАТ "Техновибух"),  
Н.С. Ремез, канд. техн. наук, О.І. Буковська, інж.  
( Інститут гідромеханіки НАН України)*

*В рамках моделі твердої пористої багатокомпонентної вязкопластичної середовища з перемінним коефіцієнтом об'ємної вязкості розроблена методика моделювання динамічного поведіння шарового ґрунтового масива під впливом вибуху циліндричного заряду вибухчатого речовини.*

Підривні роботи часто виконують у шаруватих середовищах, оскільки здебільшого ґрунти природного залягання являють собою складну систему шарів з різними фізико-механічними властивостями, які можуть змінюватися неперервно. Шари можуть мати різко виражену поверхню відокремлення. Шарами можуть бути вода, повітря, гірські породи різної міцності, елементи конструкцій і споруд. Стисливість матеріалу окремих шарів визначає характер і амплітуду прониклих і відбитих ударних хвиль.

Теоретичному та експериментальному дослідженню поширення ударних хвиль у шаруватих середовищах та їх взаємодії з нерухою перешкодою присвячено ряд наукових праць [1–7]. Слід зазначити, що в теоретичних дослідженнях [1, 3, 4, 6] розглядалися спрощені моделі середовищ і джерел вибуху.

У статті досліджується камуфлетний вибух циліндричного заряду вибухової речовини (ВР) у двошаровому ґрунтовому масиві. Припускається співвісність заряду і меж шарів. Процес детонації ВР розглядається в рамках моделі миттєвої хвильової детонації, згідно з якою весь заряд детонує миттєво.

Початковий тиск  $P_n$  в усіх точках заряду однаковий, щільність продуктів детонації (ПД)  $\rho_n$  дорівнює початковій щільності ВР. У навколишнє середовище починає поширюватися ударна хвиля, а в напрямку осі заряду – хвиля розрідження. В результаті взаємодії елементарних хвиль на осі заряду виникає повторна розбіжна хвиля. Цей процес повторюється доти, поки продукти детонації не передадуть всю енергію навколишньому середовищу.

Застосовується ізентропійне рівняння стану продуктів детонації у вигляді двочлена [8]

$$P = A\rho^n + B\rho^{\gamma+1}. \quad (1)$$

З рівняння (1) при  $P \rightarrow P_n$  випливає рівняння [9]

$$P = P_n \left( \frac{\rho}{\rho_n} \right)^{k_n}, \quad (2)$$

де  $k_n$  – показник ізентропи на фронті детонаційної хвилі. При  $P \rightarrow P_0$  з (1) випливає рівняння

$$P = P_0 \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^{k_0}, \quad (3)$$

де  $P_0$  – атмосферний тиск;  $\rho_0, k_0$  – відповідно щільність ПД і показник ізентропи при  $P = P_0$ ;  $P_n, \rho_n$  – відповідно тиск і щільність ПД в точці спряження кривих (2) і (3).

Внутрішня енергія продуктів детонації на фронті детонаційної хвилі  $E$  складатиметься з суми теплоти вибухового перетворення  $Q$  і енергії ударного переходу:

$$E = Q + \frac{P_n - P_0}{2} \left( \frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho_n} \right). \quad (4)$$

Константи  $A, B, n, \gamma$  у рівнянні (1) визначаються з таких умов. Криві (1) і (2) мають спільну точку  $(P_n, \rho_n)$  і дотичну в цій точці. Лінії (1) і (3) мають спільну дотичну при  $\rho \rightarrow 0$ . Продукти детонації виконують роботу, яка

дорівнює внутрішній енергії  $E$  при розширенні від  $\rho_n$  до  $\rho_0$ . Звідси випливає система рівнянь для визначення констант рівняння (1):

$$\left. \begin{aligned} k_n &= \frac{n + B\rho_n^{\gamma+1}(\gamma + 1 - n)}{\rho_n}, \quad \gamma = k_0 - 1 \\ Q &= \frac{(\rho_n - \rho_0)(V_0 - V_n)}{2} = \frac{P_n - P_0}{\rho_n(n-1)} + \frac{B\rho_n^\gamma(n-1-\gamma)}{\gamma(n-1)}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Оскільки на фронті детонаційної хвилі виконуються умови

$$P_n = \frac{\rho_0 D_n^2}{k_n + 1}, \quad \rho_n = \frac{\rho_0}{k_n} (k_n + 1), \quad (6)$$

де  $D_n$  – швидкість детонації, то константи в рівнянні (1) однозначно визначаються зі співвідношень (5)–(6) при відомих характеристиках ВР ( $D_n$ ,  $k_n$ ,  $k_0$ ,  $Q$  і  $\rho_0$ ).

Грунт моделюється твердим пористим багатокомпонентним в'язкопластичним середовищем [2]. Рівняння об'ємного стиснення і розвантаження середовища має вигляд

$$\dot{\varepsilon} = \varphi(P, \varepsilon) \dot{P} - \frac{\alpha \lambda_1(P, \varepsilon)}{\eta} \psi(P, \varepsilon). \quad (7)$$

Точка над символом означає похідну по часу. При  $\dot{P} \rightarrow 0$ ,  $\dot{\varepsilon} \rightarrow 0$  з рівняння (7) випливає граничне рівняння статичного стиснення середовища; при  $\dot{P} \rightarrow \infty$ ,  $\dot{\varepsilon} \rightarrow \infty$  – граничне рівняння динамічного стиснення середовища.

У рівнянні (7) функції при навантаженні не збігаються з відповідними функціями при розвантаженні.

Для навантаження:

$$\left. \begin{aligned}
 \varphi(P, \varepsilon) &= \alpha_1 \left( \frac{df_D}{d\varepsilon_1} \right)^{-1} - \sum_{i=2}^3 \alpha_i B_i [A_i (P - P_0) + 1]^{k_i - 1}, \\
 \lambda_1(P, \varepsilon) &= 1 - \left( \frac{df_D}{d\varepsilon_1} \right)^{-1} \frac{df_s}{d\varepsilon_1}, \quad \psi(P, \varepsilon) = P - P_0 - f_s(\varepsilon_1), \\
 f_s(\varepsilon_1) &= A_s^{-1} [(\varepsilon_1 + 1)^{-\gamma_s} - 1], \quad f_D(\varepsilon_1) = f_s(\varepsilon_1) + k\varepsilon, \\
 \varepsilon_1 &= \frac{1}{\alpha_1} \left( \varepsilon - \sum_{i=1}^3 \alpha_i \varepsilon_i \right) = \frac{1}{\alpha_1} \left\{ \varepsilon + 1 - \sum_{i=2}^3 \alpha_i [A_i (P - P_0) + 1]^{k_i} \right\} - 1.
 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Змінний коефіцієнт об'ємної в'язкості при навантаженні визначається за формулою

$$\eta(P, \varepsilon) = \eta_D \left\{ P - P_0 - A_s^{-1} [\gamma_s \varepsilon_1 - 1 + (\varepsilon_1 + 1)^{-\gamma_s}] / [\varepsilon_1 (k - \rho_0 c_s^2)] \right\}^{-m}. \quad (9)$$

Для розвантаження:

$$\left. \begin{aligned}
 \varphi(P, \varepsilon) &= \alpha_1 \left[ \frac{df_D}{d\varepsilon_1} - \frac{df_s}{d\varepsilon_1} + \frac{df_{SR}}{d\varepsilon_1} \right]^{-1} - \sum_{i=2}^3 \alpha_i B_i [A_i (P - P_0) + 1]^{k_i - 1}, \\
 \lambda_1(P, \varepsilon) &= \left( \frac{df_D}{d\varepsilon_1} - \frac{df_s}{d\varepsilon_1} \right) \left( \frac{df_D}{d\varepsilon_1} - \frac{df_s}{d\varepsilon_1} + \frac{df_{SR}}{d\varepsilon_1} \right)^{-1}, \\
 f_{SR}(\varepsilon_1) &= A_{SR}^{-1} \left\{ \left\{ \varepsilon_1 + 1 + [A_{SR} (P - P_0) + 1]^{1/\gamma_{SR}} \right\} - 1 \right\}, \\
 \eta(P, \varepsilon) &= \eta_D \left\{ \frac{P_m - P_0 - A_s^{-1} [\gamma_s \varepsilon_{1m} - 1 + (\varepsilon_{1m} + 1)^{-\gamma_s}]}{\varepsilon_{1m} (k - \rho_0 c_s^2)} \right\}^{-m}, \\
 P_m - P_0 &= A_s^{-1} (\varepsilon_{1m} + 1)^{\gamma_s}, \quad A_i = \frac{\gamma_i}{\rho_{i0} c_{i0}^2}, \quad B_i = (\rho_{i0} c_{i0}^2)^{-1}, \\
 k_i &= \frac{1}{\gamma_i}, \quad j = 2, 3; \quad A_{SR} = \frac{\gamma_{SR}}{\rho_0 c_{SR}^2}, \quad A_s = \frac{\gamma_s}{\rho_0 c_s^2},
 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

де  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  - об'ємний вміст компонентів в одиниці об'єму ґрунту ( $\alpha_1$  - поровний простір,  $\alpha_2$  - вода,  $\alpha_3$  - твердий компонент), причому  $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1$ ;

$\epsilon$  – об’ємна деформація середовища;  $\epsilon_i$  – об’ємна деформація компонентів середовища;  $\rho_{i0}$ ,  $c_{i0}$  – щільність компонентів середовища і швидкість звуку в них при атмосферному тиску  $P_0$ ;  $\rho_0$  – початкова щільність ґрунту;  $c_{s0}$ ,  $c_{sr}$  – швидкість звуку відповідно при статичному навантаженні і при розвантаженні середовища;  $\gamma_2$ ,  $\gamma_3$  – показники степеня в рівнянні стиснення типу Тета для рідкого і твердого компонентів;  $\gamma_s$ ,  $\gamma_{sr}$  – коефіцієнти, які характеризують поведінку середовища при навантаженні і розвантаженні середовища;  $\eta$  – коефіцієнт об’ємної в’язкості середовища;  $\epsilon_{lm}$ ,  $P_m$  – максимальна об’ємна деформація і відповідний до неї тиск.

За умову пластичності вибираємо критерій Мізеса–Боткіна, який для випадку циліндричного вибуху має вигляд

$$S_1 = - \left( y_0 + \frac{k_t P}{1 + \frac{k_t P}{\tau - y_0}} \right), \quad (11)$$

$$S_2 = -\frac{1}{2} S_1,$$

де  $y_0$  – зчеплення ґрунту,  $k_t$  – коефіцієнт тертя,  $\tau$  – гранична міцність на зсув;  $S_1, S_2$  – складові девіатора тензора напружень.

Дослідженнями [2, 5, 7] доведено ефективність застосування моделі твердого пористого в’язкопластичного середовища для моделювання динаміки камуфлетного вибуху в однорідних ґрунтах.

Розглядана задача є зв’язаною. Це обумовлено пов’язаністю полів динамічних величин у продуктах детонації і в обох шарах ґрунтового масиву, які досліджуються в рамках механіки суцільного середовища.

Хвильові процеси в продуктах детонації і ґрунті описуються законами збереження маси, кількості руху і енергії, які в змінних Лагранжа для циліндричної системи координат  $(r, \theta, z)$  мають такий вигляд:

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} \right) = \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r}, u = \frac{\partial r}{\partial t}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \rho u)}{\partial r} = 0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + P \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} - \bar{V} (S_i \dot{\epsilon}_r + S_0 \dot{\epsilon}_\theta) = 0, \quad (14)$$

$$\sigma_i = S_i - P \quad (i = r, \theta, z), \quad (15)$$

де  $S_i \sigma_i$  – компоненти тензора і девіатора тензора напружень, причому для продуктів детонації  $S_i = 0$ ;  $\bar{V} = V/V_0$ ,  $V, V_0$  – відносний, поточний і початковий питомі об'єми. Для компонент тензора швидкостей деформації виконуються співвідношення

$$\dot{\epsilon}_r = \frac{\partial u}{\partial r}, \quad \dot{\epsilon}_\theta = \frac{u}{r}. \quad (16)$$

Початковими для даної задачі є такі умови:

$$\begin{aligned} u = 0, \quad P = P_m, \quad \rho = \rho_m \quad \text{при} \quad 0 \leq r < r_0; \\ u = 0, \quad P = \sigma_r = \sigma_\theta = 0, \quad \rho = \rho_1 \quad \text{при} \quad r_0 \leq r \leq r_1, \\ u = 0, \quad P = \sigma_r = \sigma_\theta = 0, \quad \rho = \rho_2 \quad \text{при} \quad r > r_1, \end{aligned} \quad (17)$$

де  $\rho_1, \rho_2$  – щільність ґрунтів першого і другого шару при  $P = P_0$ ;  $r_1$  – координата межі відокремлення шарів.

Граничними умовами є:

швидкість частинок на осі заряду дорівнює нулю;

неперервність напружень  $\sigma_r$ , середнього гідростатичного тиску  $P$  і масової швидкості  $u$  на рухомих контактних розривах продукти детонації–перший шар ґрунту і перший шар–другий шар.

Для апроксимації системи диференціальних рівнянь (12)–(16) застосовується метод скінченних різниць, зокрема скінченнорізницева схема типу "хрест" [10] другого порядку точності по просторовій і часовій координатах з рухомою сіткою, яка автоматично розширюється, і лінійно-квадратичною в'язкістю, що дозволяє виконувати наскрізне рахування як на

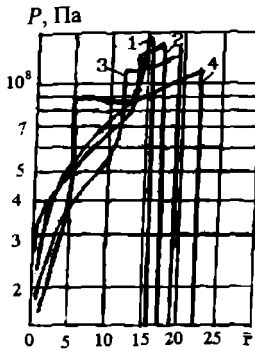
гладких, так і на розривних течіях. Умовою стійкості різницевої схеми служить умова типу Куранта.

Розглянемо результати моделювання вибуху циліндричного заряду грануліту радіусом  $r_0 = 0,1$  м з такими фізико-механічними характеристиками:  $P_n = 3,54 \cdot 10^9$  Па;  $\rho_n = 1268$  кг/м<sup>3</sup>;  $A = 2,938$  Па·(кг/м<sup>3</sup>)<sup>-n<sub>0</sub></sup>;  $n_0 = 2,71$ ;  $B = 3,685 \cdot 10^5$  Па (кг/м<sup>3</sup>)<sup>γ</sup>;  $\gamma = 1,25$ .

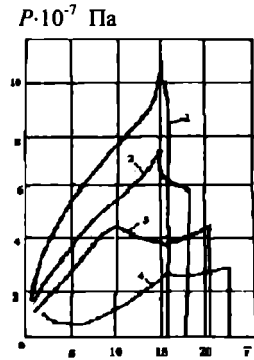
Межа відокремлення шарів розміщена на відстані  $r_n = 15,07 r_0$ , де  $r_n$  – координата Лагранжа. Досліджено два варіанти взаємного розміщення шарів. У першому варіанті вміст компонентів у першому шарі становив:  $\alpha_1 = 0,2$ ,  $\alpha_2 = 0,2$ ,  $\alpha_3 = 0,6$  при  $\rho_0 = 1790$  кг/м<sup>3</sup>; в другому шарі –  $\alpha_1 = 0,01$ ,  $\alpha_2 = 0,39$ ,  $\alpha_3 = 0,6$  при  $\rho_0 = 1980$  кг/м<sup>3</sup>. У другому варіанті вміст компонентів у шарах поміняли місцями. Інші фізико-механічні характеристики шарів:  $\rho_0 c_S^2 = 3 \cdot 10^7$  Па;  $\rho_0 c_D^2 = 3,67 \cdot 10^9$  Па;  $k = -3,7 \cdot 10^9$  Па;  $\gamma_s = 4$ ;  $\gamma_D = 5$ ;  $\gamma_{sk} = 8$ ;  $\eta_D = 1200$  Па·с;  $\rho_{20} = 1000$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_{30} = 2650$  кг/м<sup>3</sup>;  $c_{20} = 1500$  м/с;  $c_{30} = 4500$  м/с;  $\gamma_2 = 7$ ;  $\gamma_3 = 4$ .

Відомо, що характер відбиття падаючої хвилі від межі відокремлення шарів різний для цих двох варіантів. У першому варіанті щільність другого середовища більша, отже, більша і його акустична жорсткість. Внаслідок цього відбита хвиля є ударною. У другому варіанті другий шар більш стисливий, тому відбита хвиля є хвилею розрідження.

На рисунку наведено поля тиску в різні моменти часу. З аналізу кривих випливають зазначені вище закономірності. У першому варіанті при підході падаючої хвилі до межі відокремлення шарів тиск на ній стрибкоподібно збільшується. У міру зростання часу коефіцієнт відбиття збільшується. Максимум тиску спостерігається на фронті проникаючої ударної хвилі, а мінімум – у місці контактного розриву продукти детонації–перший шар. У другому варіанті при підході падаючої хвилі тиск на межі відокремлення зменшується стрибком. У міру поширення хвилі коефіцієнт відбиття зменшується. Максимум тиску в цьому варіанті також відмічається на фронті



а



б

Поля тиску в різні моменти часу для першого (а) і другого (б) варіантів взаємного розміщення шарів середовищ:  $\dot{r} = r/r_0$ ;  $1 - t = 5,23 \cdot 10^{-3}$  с;  $2 - t = 5,87 \cdot 10^{-3}$  с;  $3 - t = 6,74 \cdot 10^{-3}$  с;  $4 - t = 7,13 \cdot 10^{-3}$  с

проникаючої ударної хвилі, а мінімум – на контакті шарів. Потім мінімум тиску зміщується в область хвилі розрідження.

1. Ляхов Г.М. Основы динамики взрыва в грунтах и жидких средах. – М.: Недра, 1964. – 216 с.

2. Ляхов Г.М. Волны в грунтах и пористых многокомпонентных средах. – М.: Наука, 1982. – 286 с.

3. Ляхов Г.М., Осадченко Р.А., Полякова Н.И. Плоские волны в неоднородных пластических средах и их взаимодействие с преградами // Прикл. мех. и техн. физика. – 1969. – №4. – С. 45–49.

4. Ляхов Г.М., Штейнбах И.А. Распространение волны в неоднородной пластической среде и её переход в более сжимаемую среду // Управление энергией взрыва. – Фрунзе: Илим, 1970. – С. 31–43.

5. Механический эффект взрыва в грунтах / И.А. Лучко, В.А. Плаксий, Н.С. Ремез и др. – Киев: Наук. думка, 1989. – 232 с.



6. Степанова Г.В. Нестационарное отражение плоской ударной волны от жесткой стенки // Физика горения и взрыва. – 1976. – № 3. – С. 469–471.

7. Лучко И.А., Ремез Н.С. Взаимодействие цилиндрических взрывных волн в вязкопластической среде с неподвижной преградой // Прикл. механика, 1995. – Т. 31. – № 5. – С. 87–93.

8. Каширский А.В., Орленко Л.П., Охитин В.Н. Влияние уравнения состояния на разлет продуктов детонации // Прикл. мех. и техн. физика. – 1973. – №2. – С. 71–74.

9. Ландау Л.Д., Станюкович К.П. Об изучении детонации конденсированных взрывчатых веществ // Докл. Акад. наук СССР, 1945. – Т. 46. – № 9. – С. 112–117.

10. Уилкинс М.Л. Расчет упруго-пластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике. – М.: Мир, 1967. – С. 212–263.

УДК 624.539.376

## **ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ УПРУГО-ВЯЗКОЙ ДИАФРАГМЫ СО СПЛОШНЫМ УПРУГО-ВЯЗКИМ ОСНОВАНИЕМ ПРИ СОВМЕСТНОЙ РАБОТЕ С УЧЕТОМ ФАКТОРА ВРЕМЕНИ**

*Тадеуш Рембеляк, докт.-инж.  
(Краковская горно-металлургическая академия)*

*Розглянуто сумісну роботу пружно-в'язкої бетонної діафрагми з суцільною пружно-в'язкою основою з гірських порід з урахуванням фактора часу, тобто на основі теорії спадкової повзучості і старіння.*

При строительстве подземных горнотехнических сооружений актуальной является проблема расчета совместной работы упруго-вязкой диафрагмы из бетона или железобетона и сплошного упруго-вязкого основания из горных пород. При этом следует учитывать эффект ползучести материалов основания и диафрагмы, проявляющийся вследствие нарастания деформаций тел диафрагмы