УДК 624.534.142

КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ТРЕХСЛОЙНОЙ ДИАФРАГМЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУР ПРИ ЭНДОГЕННОМ ПОЖАРЕ ВБЛИЗИ ПОДЗЕМНОЙ ВЫРАБОТКИ

Т. Рембеляк, докт.-инж. (Краковская горно-металлургическая академия, РП)

Запропоновано модель з поворотом вертикальної тришарової діафрагми на 90°, яка дозволяє прийняти розрахункову схему у вигляді тришарової лежачої, опертої по контурах діафрагми, верхній шар якої зазнає дії високої температури і здійснює, внаслідок цього, коливальні рухи. Ці коливальні рухи можна описати диференціальним рівнянням четвертого порядку з урахуванням теплофізичних параметрів діафрагми.

При локализации подземных эндогенных пожаров эффективным способом отделения массива от воздушного потока является использование трехслойной диафрагмы, представляющей собой две бетонные или железобетонные плиты, пространство между которыми заполнено глинистой суспензией.

Предположим, что при пожаре высокая температура воздействует на поверхность одной стороны диафрагмы. Следовательно, к наружной поверхности диафрагмы прикладывается заданное количество тепла интенсивностью q, равномерно распределенное по площади диафрагмы.

С течением времени поток тепла, подводимый к диафрагме, изменяется.

При внезапном приложении подводимого тепла необходимо учитывать возникающие силы инерции. В этом случае диафрагма будет совершать колебания.

Для решения задачи о колебаниях диафрагмы принимаем следующую расчетную схему.

Диафрагма работает в вертикальном положении и тепловой поток направлен перпендикулярно к ее поверхности. Для упрощения расчета повернем диафрагму на 90° и получим расчетную схему в лежачем положении. При этом направление теплового потока остается перпендикулярным к поверхности диафрагмы.

Такая схема может быть принята только для расчета диафрагмы при действии температуры без учета внешних нагрузок.

Поворачивая трехслойную диафрагму к поверхности, к которой приложен поток тепла с интенсивностью q, на 90°, получим расчетную схему диафрагмы на упругом основании, состоящем из глинистой суспензии, которая находится между наружными слоями диафрагмы. Тогда для верхнего слоя диафрагмы, к поверхности которого приложен тепловой поток, можно составить уравнение движения, принять начальные и граничные условия и затем решить задачу.

Учитывая, что верхний слой диафрагмы подвергается усиленному воздействию теплового потока от пожара и деформируется сильнее, чем промежуточный и нижний слои, достаточно будет для практических расчетов рассмотреть поведение верхнего слоя диафрагмы.

Допустим, что верхний слой диафрагмы подвергается внезапному одностороннему воздействию заданного количества тепла с интенсивностью q. Тепло равномерно распределено по площади диафрагмы. Под действием теплового потока верхний слой диафрагмы начинает совершать колебательные движения. Эти движения описываются дифференциальным уравнением четвертого порядка

$$D\nabla^4 W + m\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = -\frac{1}{1-\mu}\nabla^2 M_T, \tag{1}$$

где $D = \dfrac{EJ}{1-\mu^2}$ – цилиндрическая жесткость диафрагмы; EJ – жесткость; ∇^2 – оператор Лапласа; W – прогиб диафрагмы; m – масса единицы площади диафрагмы; μ – коэффициент Пуассона материала диафрагмы; t – время;

$$M_T = \alpha E \int_{-h/2}^{+h/2} Tz\,dz; \tag{2}$$

T – функция распределения температуры; α – коэффициент линейного расширения; E – модуль упругости; J – модуль инерции; h – толщина диафрагмы; z – координата вертикальной оси, для расчета принимается $z = h$.

Если к верхней поверхности диафрагмы приложено заданное количество тепла q, равномерно распределенное по площади диафрагмы, то функция распределения температуры T является только функцией координаты z и времени t. Тогда уравнение теплопроводности имеет вид

$$\alpha_T \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\partial T}{\partial t}, \tag{3}$$

где $\alpha_T = \lambda / \rho c_T$ – коэффициент температуропроводности; λ – коэффициент теплопроводности; ρ – плотность материала; c_T – удельная теплоемкость материала диафрагмы.

Проинтегрировав (3) при однородных граничных условиях изменения функции распределения температуры для условий внезапного одностороннего нагревания, при которых возникают колебания диафрагмы, повернутой на 90°, получим

$$T(x,y) = \frac{qh}{\lambda}\left[\frac{\alpha_T t}{h^2} + \frac{3z^2 - h^2}{6h^2} - \frac{2}{\pi^2}\sum_{n=1,3,\ldots}^{\infty}\left(-\frac{1}{n^2}\right)e^{-n^2\pi^2\alpha_T \frac{t}{h^2}}\cos n\pi\frac{z}{h}\right]. \tag{4}$$

Вычислим значение M_T из формулы (2), подставляя в нее значение $T(x,t)$ из уравнения (3) и производя интегрирование по толщине верхнего слоя диафрагмы:

$$M_T = \alpha E \int_{-h/2}^{+h/2} \frac{qh}{\lambda}\left[\frac{\alpha_T t}{h^2} + \frac{3z^2 - h^2}{6h^2} - \frac{2}{\pi^2}\sum_{n=1,3,\ldots}^{\infty}\left(-\frac{1}{n^2}\right)e^{-n^2\pi^2 a_T \frac{t}{h^2}} \cos n\pi\frac{z}{h}\right]z dz. \quad (5)$$

После интегрирования и подстановки пределов интегрирования получим

$$M_T = \alpha E\frac{qh^3}{12{,}2\lambda}\left[1 - \frac{96}{\pi^4}\sum_{n=1,3,\ldots}^{\infty}\frac{1}{n^4}e^{-n^2\pi^2 a_T \frac{t}{h^2}}\right]. \quad (6)$$

Эта формула соответствует начальным условиям, так как учитывая, что $\sum\limits_{n=1,3,\ldots}^{\infty}\frac{1}{\pi^4} = \frac{\pi^4}{96}$ при $t = 0$, получаем $M_T = 0$.

Решение уравнения (1) представим в виде

$$W = W_s + W_d, \quad (7)$$

где W_s – прогиб диафрагмы, вызванный статическим воздействием температуры; W_d – прогиб диафрагмы, вызванный динамическим воздействием сил инерции, возникающих вследствие высокой температуры пожара.

Прогиб диафрагмы W_s удовлетворяет уравнению прогиба верхней части диафрагмы без учета сил инерции теплового потока:

$$D\nabla^4 W_s = -\frac{1}{1-\mu}\nabla^2 M_T\ , \quad (8)$$

где ∇^2 – оператор Лапласа.

Решение уравнения (8) представим в виде рядов тригонометрических функций:

$$W_s = \sum\sum k_{nm_1}\sin\frac{n\pi x}{a}\sin\frac{m_1\pi y}{b}. \quad (9)$$

Для определения k_{nm_1} разложим M_T в ряд Тейлора:

$$M_T = \sum\sum a_{nm_1}\sin\frac{n\pi x}{a}\sin\frac{m_1\pi y}{b}. \quad (10)$$

Выражение для коэффициентов a_{nm_1} запишем в виде

$$a_{nm_1} = \frac{4}{ab}\int_0^a\int_0^b M_T \sin\frac{n\pi x}{a}\sin\frac{m_1\pi y}{b}dxdy. \quad (11)$$

Учитывая, что M_T не зависит от x и y, интегрирование выполняем в общем виде. Тогда получим

$$a_{nm_1} = \frac{16M_T}{nm_1\pi^2}(-1)^{\frac{n+m}{2}}. \tag{12}$$

Подставив в уравнение (8) значения W_s из уравнения (9) и M_T из уравнения (10), получим

$$D=\sum\sum k_{nm_1}\left[\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2+\left(\frac{m_1\pi}{b}\right)^2\right]^2 \sin\frac{n\pi x}{a}\sin\frac{m_1\pi y}{b}=$$

$$=-\sum\sum\frac{16M_T}{nm_1\pi^2}(-1)^{\frac{m_1+n}{2}}\left[\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2+\left(\frac{m_1\pi}{b}\right)^2\right]\frac{1}{1-\mu}\sin\frac{n\pi x}{a}\sin\frac{m_1\pi y}{b}. \tag{13}$$

Сравнив коэффициенты левой и правой части, получим формулу для определения k_{nm_1}:

$$k_{nm_1}=-\frac{16M_T(-1)^{\frac{m_1+n}{2}}}{D\pi^2(1-\mu)nm_1\left[\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2+\left(\frac{m_1\pi}{b}\right)^2\right]}. \tag{14}$$

В итоге формула для определения прогиба верхнего слоя диафрагмы, вызванного статическим воздействием температуры эндогенного пожара, примет вид

$$W_s=\frac{16M_T}{(1-\mu)D\pi^4}\sum_{n=1,3,\ldots}\sum_{m_1=1,3,\ldots}\frac{1}{nm_1\left[\left(\frac{n}{a}\right)^2+\left(\frac{m_1}{b}\right)^2\right]}\sin\frac{n\pi x}{a}\sin\frac{m_1\pi y}{b}. \tag{15}$$

Определим величину прогиба, вызванного динамическим воздействием температуры на верхний слой диафрагмы W_d. Подставим значение W из формулы (7) в основное уравнение (1) и, учитывая условие (8), получим уравнение

$$D\nabla^4 W_d + m\frac{\partial^2 W_d}{\partial t^2}=-m\frac{\partial^2 W_s}{\partial t^2}. \tag{16}$$

Подставляя в уравнение (16) значение $\frac{\partial^2 W_s}{\partial t^2}$, вычисленное из выражения (15), и принимая для W_d выражение

$$W_d=\sum\sum q_{nm_1}(t)\sin\frac{n\pi x}{a}\sin\frac{m_1\pi y}{b}, \tag{17}$$

найдем уравнение для определения $q_{nm_1}(t)$:

$$q''_{nm_1} + \omega_{nm_1} q_{nm_1} = -k_{nm_1} = -\bar{k}_{nm_1} M''_T, \tag{18}$$

где

$$-\bar{k}_{nm_1} = (1+\mu)\frac{16(-1)^{\frac{m_1+n}{2}}\alpha}{\pi^2 nm_1\left[\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{m_1\pi}{b}\right)^2\right]}. \tag{19}$$

Из (18) получим решение Паркуса [1] в следующем виде:

$$q_{nm_1}(t) = \frac{q}{2\lambda}\bar{k}_{nm_1}\left[\frac{12G_T}{\pi^2\omega_{nm_1}}\sin\omega_{nm_1}t - \frac{96G_T^2}{\pi^4}\sum_{i=1,3,\ldots}\frac{1}{i^4G_T^2+\omega_{nm_1}^2}\times\right.$$

$$\left.\times\left(\cos\omega_{nm_1}t + \frac{\omega_{nm_1}}{G_T}\frac{1}{i^2}\sin\omega_{nm_1}t - e^{-i^2G_Tt}\right)\right]. \tag{20}$$

Вторую производную M_T вычислим из уравнения (5) и обозначим

$$G_T = \frac{\pi^2 a_T}{h^2}. \tag{21}$$

Частота колебаний ω_{nm_1} вычисляется по формуле

$$\omega_{nm_1} = \pi^4\left(\frac{n^2}{a^2} + \frac{m_1^2}{b^2}\right)\frac{D}{m}. \tag{22}$$

Подставив в уравнение (7) соответствующие значения из уравнений (15), (17) и (20), получим окончательную формулу для определения динамического прогиба верхнего слоя диафрагмы.

Таким образом, предложенная модель с поворотом вертикальной трехслойной диафрагмы на 90° позволяет принять расчетную схему в виде трехслойной лежащей, опертой по контурам диафрагмы, верхний слой которой подвергается воздействию высокой температуры и совершает, вследствие этого, колебательные движения. Эти колебательные движения можно описать дифференциальным уравнением четвертого порядка с учетом теплофизических параметров диафрагмы.

1. *Boley B.A.* Thermally induced vibration of beams. // Journal of the Aeronautical Science, February 1956. – V. 23.

2. *Parkus H.* Instationare Warmespannungen. Springer Verlag. – Wien. – 1959.