

## ОСОБЛИВОСТІ ДЕФОРМУВАННЯ ТВЕРДОГО БАГАТОКОМПОНЕНТНОГО В'ЯЗКОПЛАСТИЧНОГО СЕРЕДОВИЩА ЗІ ЗМІННИМ КОЕФІЦІЄНТОМ В'ЯЗКОСТІ ПРИ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ

*Н.С. Ремез, канд. техн. наук (ІГМ НАН України)*

*Показано, что для математического описания динамического поведения грунта, моделируемого твердой пористой многокомпонентной вязкопластичной средой, лучше принимать коэффициент вязкости среды не постоянным, а в виде функции от свойств грунта и динамического коэффициента объемной вязкости, соответствующего значению этой функции на динамической диаграмме.*

Дослідженнями [1–6] доведено, що швидкість деформування (динамічна в'язкість) суттєво впливає на процес динамічного деформування скельних і нескельних ґрунтів, снігу, льоду, суспензій та інших середовищ, що мають пористу будову та багатокомпонентний склад. У цьому напрямку було розроблено також кілька математичних моделей ґрунтів і розв'язано ряд хвильових задач [1]. При цьому динамічна в'язкість приймалась постійною. Пізніше, враховуючи, що динамічний коефіцієнт в'язкості пористих багатокомпонентних середовищ залежить від типу і параметрів навантаження, тобто є змінним, Г.М. Ляхов розробив модель ґрунту у вигляді твердого пористого багатокомпонентного середовища зі змінним коефіцієнтом в'язкості, яка була використана в праці [7]. Розглянемо особливості деформування такого середовища при різних режимах динамічного навантаження.

### ***Постановка задачі***

Визначальні співвідношення моделі включають рівняння об'ємного стиснення і розвантаження ґрунту

$$F(P, \dot{P}, \varepsilon, \dot{\varepsilon}) = 0 \quad (1)$$

та умову пластичності, запропоновану для ґрунтів А.І. Боткіним і С.С. Григоряном, яка широко використовується в дослідженнях [1]:

$$T = \sqrt{6} I_2 = F(P),$$

$$I_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2], \quad (2)$$

де  $P, \varepsilon$  та  $\dot{P}, \dot{\varepsilon}$  – відповідно середній гідростатичний тиск, об'ємна деформація та їх похідні за часом;  $T$  – інтенсивність дотичних напружень;  $I_2$  – другий інваріант девіатора напружень;  $\sigma_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) – головні нормальні напруження.

Наявність у рівнянні (1) похідних за часом від тиску і деформації забезпечує можливість урахування впливу швидкості деформування на характер процесу. Залежність (1) різна для стиснення і розвантаження, що обумовлює появу залишкових деформацій. Для  $P \rightarrow \infty, \epsilon \rightarrow \infty$  з (1) випливає рівняння граничного динамічного стиснення, а для  $P \rightarrow 0, \epsilon \rightarrow 0$  – рівняння статичного стиснення середовища. Модель середовища враховує вплив швидкості деформування тільки на змінення об'єму; в'язкість при зсуву не враховується. Об'ємна деформація і її швидкість пов'язані з деформаціями  $\epsilon_i$  і швидкостями деформацій  $\dot{\epsilon}_i$  компонент співвідношеннями

$$\epsilon = \sum_{i=1}^3 \alpha_i \epsilon_i, \quad \dot{\epsilon} = \sum_{i=1}^3 \alpha_i \dot{\epsilon}_i, \quad (3)$$

де  $\alpha_1$  – вміст вільного порового простору,  $\alpha_2, \alpha_3$  – вміст відповідно рідкого і твердого компонентів в одиниці об'єму ґрунту, причому  $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1$ .

Прийнято, що рівняння динамічного об'ємного стиснення середовища відрізняється від рівняння статичного об'ємного стиснення лінійним членом  $P_D(\epsilon) - P_S(\epsilon) = k\epsilon$  ( $k$  – коефіцієнт пропорційності).

Розглянемо варіант моделі для рівнянь стиснення рідкого і твердого компонентів у вигляді рівнянь типу Тета. Тепер рівняння (1) матиме вигляд

$$\dot{\epsilon} = \varphi(P, \epsilon) \dot{P} - \frac{\alpha_1 \lambda(P, \epsilon)}{\eta(P, \epsilon)} \psi(P, \epsilon), \quad (4)$$

де функції  $\varphi(P, \epsilon), \lambda(P, \epsilon), \psi(P, \epsilon), \eta(P, \epsilon)$  для процесів стиснення і розвантаження мають різний вигляд.

Вигляд функції для визначення коефіцієнта в'язкості  $\eta(\epsilon)$  визначається з таких міркувань. Для даного ґрунту існують граничні статична  $P_S$  і динамічна  $P_D$ , а також проміжні діаграми стиснення. Чим більша швидкість навантаження, тим ближче крива стиснення до граничної динамічної діаграми. Враховуючи експериментально встановлений факт зменшення коефіцієнта в'язкості при збільшенні швидкості навантаження, а також пропозицію Г.М. Ляхова змінювати коефіцієнт в'язкості згідно зі степеневою функцією, можна отримати в явному вигляді функцію, згідно з якою змінюється коефіцієнт об'ємної в'язкості при навантаженні:

$$\eta(\epsilon) = \eta_D \left\{ \frac{P - P_0 - \rho_S^2 \rho_0 \left[ \gamma_S \epsilon_1 - 1 + (\epsilon_1 + 1)^{-\gamma_S} \right]^{-m}}{\gamma_S \epsilon_1 (k - \rho_0 C_S^2)} \right\}. \quad (5)$$

Припустимо, що при розвантаженні коефіцієнт об'ємної в'язкості  $\eta_R$  постійний і дорівнює значенню, досягнутому при максимальній деформації:

$$\eta_R = \eta_D \left\{ \frac{P_m - P_0 - \rho_0 C_S^2 \left[ \gamma_S \epsilon_{1m} - 1 + (\epsilon_{1m} + 1)^{-\gamma_S} \right]}{\epsilon_{1m} (k - \rho_0 C_S^2)} \right\}^{-m} \quad (6)$$

У співвідношеннях (5)–(6) прийняті такі позначення:  $\eta_D = \text{const}$  – коефіцієнт об'ємної в'язкості, що відповідає значенню функції  $\eta(\epsilon)$  на динамічній діаграмі;  $P_0$  – атмосферний тиск;  $\rho_0$  – початкова щільність ґрунту при  $P_0$ ;  $C_S$  і  $\gamma_S$  – швидкість звуку і показник степеня в рівнянні статичного стиснення;  $\epsilon_{1m}$  і  $P_m$  – максимальне значення деформації першої компоненти  $\epsilon_1$  і відповідного йому тиску;  $m > 1$  і  $\eta$  – сталі.

Із співвідношень (4)–(6) випливає, що характер динамічної поведінки ґрунту залежить від величини і швидкості навантаження, щільності та вмісту компонентів і швидкості звуку в них, коефіцієнта об'ємної в'язкості. Прослідкуємо вплив цих параметрів на процес об'ємного деформування ґрунту при різних режимах навантаження.

Нехай навантаження здійснюється імпульсом тиску трикутної форми

$$P - P_0 = \begin{cases} \frac{P_{\max} t}{t_{\max}} & \text{при } 0 \leq t \leq t_{\max} \\ \frac{P_{\max} (\Theta - t)}{\Theta - t_{\max}} & \text{при } t_{\max} \leq t \leq \Theta, \\ 0 & \text{при } t > \Theta \end{cases} \quad (7)$$

$$\dot{P} = \begin{cases} \frac{P_{\max}}{t_{\max}} & \text{при } 0 \leq t \leq t_{\max} \\ -\frac{P_{\max}}{\Theta - t_{\max}} & \text{при } t_{\max} \leq t \leq \Theta, \\ 0 & \text{при } t > \Theta \end{cases} \quad (8)$$

Підставляючи (7) і (8) в (4), отримаємо для  $\epsilon(t)$  диференціальне рівняння у вигляді

$$\dot{\epsilon}(t) = \Phi(\epsilon, t). \quad (9)$$

Початковими умовами для рівняння (9) є:

$$\varepsilon = 0 \quad (t = 0) \quad \text{і} \quad \varepsilon = \varepsilon_m \quad (t = t_{1m}),$$

де  $t_{1m}$  – момент часу, в який об'ємна деформація досягає максимального значення.

Оскільки рівняння (9) нелінійне і отримати аналітичний розв'язок неможливо, то для його числового інтегрування застосуємо метод Рунге–Кутта.

Значення фізичних констант лесового ґрунту [2, 6]:  $\rho_0 C_S^2 = 3 \cdot 10^6$  Па;  $k = -12 \cdot 10^{-6}$  Па;  $\gamma_S = 5$ ;  $\gamma_{SR} = 8$  (тут і далі індекс  $R$  належить до процесу розвантаження);  $\rho_0 C_{SR}^2 = 3 \cdot 10^6$  Па;  $\alpha_1 = 0,2$ ;  $\alpha_2 = 0,2$ ;  $\alpha_3 = 0,6$ ;  $\rho_2 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_3 = 2650$  кг/м<sup>3</sup>;  $C_2 = 1500$  м/с;  $C_3 = 4500$  м/с;  $\gamma_2 = 7$ ;  $\gamma_3 = 5$ ;  $\eta_D = 100 \dots 10000$  Па·с;  $m = 1 \dots 20$ ;  $C_2, C_3$  і  $\gamma_2, \gamma_3$  – відповідно швидкість звуку і показники степеня в рівняннях стиснення рідкого і твердого компонентів ґрунту.

Параметри імпульсу тиску вибиралися в межах  $P_{\max} = 10^5 \dots 10^9$  Па;  $\Theta = 10^{-2} \dots 1$  с;  $t_{\max} = (0,01 \dots 0,5)\Theta$ .

### **Результати**

На рис. 1, а наведено імпульс тиску, а на рис. 1, б – об'ємну деформацію за часом при  $P_{\max} - P_0 = 10^6$  Па,  $\Theta = 10^{-2}$  с,  $t_{\max} = 10^{-3}$  с для різних значень  $\eta_D$ : 1 –  $\eta_D = 10^4$ ; 2 –  $\eta_D = 5 \cdot 10^3$ ; 3 –  $\eta_D = 10^3$ ; 4 –  $\eta_D = 10^2$  Па·с; лінія 5 відповідає моделі з постійним коефіцієнтом в'язкості  $\eta = 10^2$  Па·с. З рисунків випливає, що чим менший динамічний коефіцієнт в'язкості  $\eta_D$ , тим більші деформації  $\varepsilon_{\max}$  і залишкова  $\varepsilon_{\text{зали}}$ . Однак зі зменшенням  $\eta_D$  час запізнення досягнення максимальної деформації зменшується порівняно з часом досягнення максимального тиску. Із зіставлення кривих 4 і 5 можна зробити висновок, що при однакових  $\eta_D$  для моделей зі змінною і постійною в'язкістю характер об'ємного деформування ґрунтів різний. Ґрунту з постійним коефіцієнтом в'язкості відповідає більше значення максимальної деформації, але менше значення залишкової деформації, тобто для такого ґрунту характерне більш інтенсивне розвантаження середовища. Час запізнення досягнення максимуму деформації по відношенню до максимуму тиску в середовищі зі змінним коефіцієнтом в'язкості значно більший, що й викликає збільшення залишкових деформацій. Відносно діаграм стиснення для розглянутих випадків отримано, що зі збільшенням коефіцієнта  $\eta_D$  діаграми стиснення наближаються до граничної динамічної діаграми  $P_D$ , перехід до граничної статичної діаграми  $P_S$  відбувається повільніше і характер цього переходу зовсім інший, ніж у випадку середовища з постійною в'язкістю. Аналіз даних свідчить, що в середовищі зі змінним коефіцієнтом в'язкості втрати енергії більші, ніж у середовищі з постійним коефіцієнтом в'язкості.

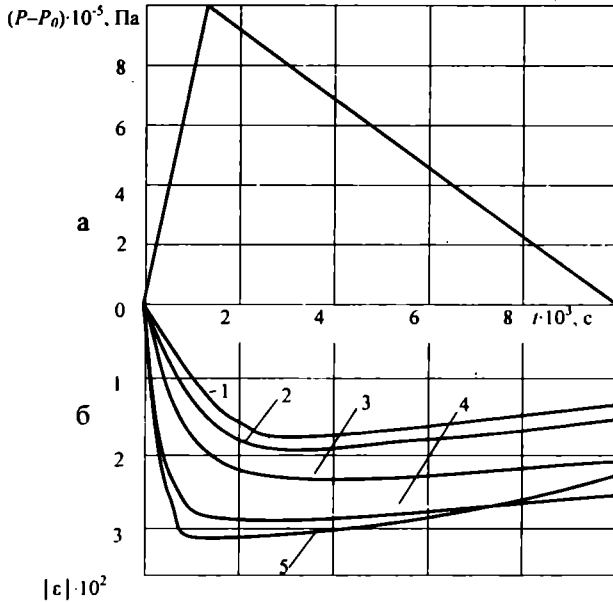


Рис. 1. Залежність від часу тиску (а) і об'ємної деформації (б) при різних значеннях коефіцієнта в'язкості  $\eta_D$ : 1 -  $10^4$ ; 2 -  $5 \cdot 10^3$ ; 3 -  $10^3$ ; 4 -  $10^2$  Па·с; 5 - відповідає моделі з постійним коефіцієнтом в'язкості  $\eta = 10^2$  Па·с

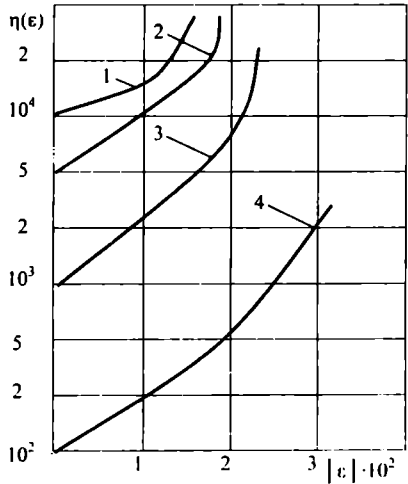


Рис. 2. Залежність коефіцієнта об'ємної в'язкості від величини об'ємної деформації ґрунту з різними значеннями  $\eta_D$  (такими ж як і для рис. 1, б)

Зміну коефіцієнта об'ємної в'язкості залежно від величини об'ємної деформації показано на рис. 2. Функція  $\eta(\epsilon)$  є зростаючою від  $|\epsilon|$ . Чим більше значення  $\eta_D$ , тим вище розміщується крива  $\eta(\epsilon)$ . Однак зі збільшенням  $\eta_D$  швидкість зростання функції  $\eta(\epsilon)$  зменшується. Так, при  $\eta_D = 10^2$  Па·с значення відношення  $(\eta(\epsilon_{\max}) - \eta_D) / \eta_D$  дорівнює 29, а для  $\eta_D = 10^4$  Па·с це відношення дорівнює всього 4 (тут  $\eta(\epsilon_{\max})$  – значення коефіцієнта в'язкості при максимальній об'ємній деформації).

Наведені результати свідчать про доцільність виконання розрахунків із змінним коефіцієнтом в'язкості для ґрунтів з широким діапазоном зміни фізико-механічних характеристик і різних вибухових речовин з метою урахування отриманих особливостей деформування при розробленні інженерних формул.

1. *Ляхов Г.М.* Волны в грунтах и пористых многокомпонентных средах. – М.: Наука, 1982. – 286 с.

2. *Моделирование в динамике* неводонасыщенного грунта твердой пористой многокомпонентной вязкопластической средой // И.А. Лучко, Г.М. Ляхов, В.А. Плаксий, Н.С. Ремез. – Киев, 1983. – 37 с. (Препринт / АН УССР, Ин-т проблем прочности. 83.87).

3. *Михалюк А.В.* Горные породы при неравномерных динамических нагрузках. – К.: Наук. думка. – 1980. – 154 с.

4. *Ляхов Г.М.* Модель льда и снега для описания волновых процессов // Задачи механики гляциологии и геокриологии. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1983. – 37 с.

5. *Ляхов Г.М.* Модель мерзлых грунтов для описания волновых процессов // Термомеханика грунтов. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1986. – 28 с.

6. *Лучко И.А., Плаксий В.А., Ремез Н.С. и др.* Механический эффект взрыва в грунтах / Под ред. И.А. Лучко. – Киев: Наук. думка, 1989. – 232 с.

7. *Плаксий В.А., Ремез Н.С.* Распространение цилиндрических взрывных волн в многокомпонентной вязкопластической среде с переменной вязкостью // Прикладная механика. – 1992. – 28. – № 10. – С. 29–35.

УДК 624.131.23

## О РЕОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ ЛЕССОВЫХ ПРОСАДОЧНЫХ ГРУНТОВ

*А.М. Самедов, докт. техн. наук (НТУУ «КПИ», ИЭЭ)*

*Запропоновано модель лесового ґрунту, яка відображає його реологічний стан в період утворення та розвитку просадочного процесу.*