

6. Наиболее общим инвариантом является тензор суммарного действия \bar{D} для частиц породы при деформации и разрушении массива. Отношение этого действия к суммарному объему разрушенного материала также является инвариантной величиной и может характеризовать способность горных пород к разрушению.

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 1. Теория поля: Учебное пособие. – 7-е изд. – М.: Наука, 1988. – 512 с.

2. Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения. – М.: Гос. изд. физико-матем. литер., 1961. – 563 с.

УДК 539.3+624.139.329

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ УДАРНЫХ ВОЛН С ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКОЙ В ГРУНТОВОМ МАССИВЕ

Н.С. Ремез, канд. техн. наук (ЗАО «Техновзрыв»)

Виконано чисельне моделювання взаємодії вибухових хвиль з циліндричною оболонкою у ґрунтовому масиві. Конструкція вивчається в рамках нелінійної теорії оболонок типу Тимошенка. Ґрунт моделюється твердим пористим багатокомпонентним середовищем зі змінним коефіцієнтом об'ємної в'язкості. Отримано залежності взаємодії хвильових процесів у оболонці та ґрунтовому масиві від часу.

Поведение тонкостенных оболочек при импульсном нагружении описано в значительном количестве публикаций, но вопросам динамического взаимодействия оболочечных конструкций с заполняющими и окружающими средами уделено внимание в немногих работах. В данной работе рассматривается взаимодействие тонкой цилиндрической оболочки с окружающим грунтовым массивом при внутреннем взрывном нагружении. Эта система имитирует взрыв во взрывной камере, подземном хранилище взрывчатых веществ, трубопроводе, на подземной станции метро или при освобождении бурильных колонн от прихватов при проведении буровых работ.

Рассматривается связанная задача для системы оболочка–грунт, обусловленная связанностью полей термодинамических величин. Математической моделью процесса динамического деформирования конструкции является гиперболическая система нелинейных дифференциальных уравнений теории оболочек типа Тимошенко. Деформированное состояние оболочки определяется через компоненты обобщенного вектора перемещения U_1, U_3, ϕ_1 .

Выражения для деформаций определяются на основе квадратичного варианта геометрически нелинейной теории оболочек

$$\begin{aligned} \epsilon_{11} &= \frac{1}{A_1} \frac{\partial U_1}{\partial \alpha_1} + k_1 U_3 + \frac{1}{2} \theta_1^2; & \epsilon_{11} &= \frac{1}{A_1} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} U_1 + k_2 U_3; \\ \epsilon_{13} &= \phi_1 + \theta_1; & \theta_1 &= \frac{1}{A_1} \frac{\partial U_3}{\partial \alpha_1} - k_1 U_1; & k_1 &= \frac{1}{A_1} \frac{\partial \phi_1}{\partial \alpha_1}; & k_2 &= \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} \phi_1, \end{aligned} \quad (1)$$

где A_1 , A_2 , k_1 , k_2 – коэффициенты первой квадратичной формы и главные кривизны срединной поверхности оболочки соответственно; α_1 – компонента ортогональной криволинейной системы координат.

Уравнения движения оболочки в дифференциальной форме имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{1}{A_1 A_2} \left[\frac{\partial}{\partial \alpha_1} (A_2 T_{11}) - \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} T_{22} \right] + k_1 \bar{T}_{13} + P_1 &= \rho_0 h \frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2}; \\ \frac{1}{A_1 A_2} \left[\frac{\partial}{\partial \alpha_1} (A_2 \bar{T}_{13}) \right] - k_1 T_{11} - k_2 T_{22} + P_3 &= \rho_0 h \frac{\partial^2 U_3}{\partial t^2}; \\ \frac{1}{A_1 A_2} \left[\frac{\partial}{\partial \alpha_1} (A_2 M_{11}) - \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} M_{22} \right] - T_{13} + m_1 &= \rho \frac{h^3}{12} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

В уравнениях (2) приняты следующие обозначения: T_{11} , T_{22} , T_{13} , M_{11} , M_{22} – усилия и моменты; $\bar{T}_{13} = T_{13} + T_{11} \theta_1$; P_1 , P_2 , m_1 – компоненты обобщенного вектора нагрузки; ρ , h – плотность и толщина оболочки.

Соотношения между напряжениями и деформациями устанавливаются на основе инкрементальной теории пластичности с линейным кинематическим упрочнением. Величины компонент тензора деформаций представляются в виде суммы упругих ϵ'_{ij} и пластических ϵ''_{ij} деформаций:

$$\epsilon_{11} = \epsilon'_{11} + \epsilon''_{11}; \quad \epsilon_{22} = \epsilon'_{22} + \epsilon''_{22}; \quad \epsilon_{13} = \epsilon'_{13} + \epsilon''_{13}. \quad (3)$$

Связь между напряжениями и упругими деформациями устанавливается в соответствии с обобщенным законом Гука для изотропного тела

$$\sigma_{11} = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon'_{11} + \nu \epsilon'_{22}), \quad \sigma_{22} = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon'_{22} + \nu \epsilon'_{11}), \quad \sigma_{13} = G \epsilon'_{13}, \quad (4)$$

где E , G , ν – физико-механические параметры оболочки.

В случае пластических деформаций соотношения между напряжениями и деформациями записываются в виде

$$d\epsilon''_{11} = \lambda S_{11}; \quad d\epsilon''_{22} = \lambda S_{22}; \quad d\epsilon''_{13} = \lambda S_{33}; \quad (5)$$

$$S_{11} = \sigma_{11} - P; \quad S_{22} = \sigma_{22} - P; \quad S_{13} = \sigma_{13} - P$$

при выполнении условия пластичности

$$S_{11}^2 + S_{22}^2 + 2S_{13}^2 \leq \frac{2}{3} \sigma_T^2, \quad (6)$$

где P – среднее гидростатическое давление; λ – скалярный параметр, определяемый в процессе решения задачи; σ_T – предел текучести, который в случае учета влияния скорости деформации на процесс деформирования материала может быть представлен в виде [1, 2]

$$\sigma_T = \sigma_S \left[1 + |\dot{\epsilon}_S| / D^n \right], \quad (7)$$

где σ_S – статический предел текучести, полученный из экспериментальных данных для одноосного напряженного состояния, D и n – константы материала; $\dot{\epsilon}_S$ – скорость одноосной деформации.

Поведение грунта моделируется твердой пористой многокомпонентной вязкопластической средой с переменным коэффициентом объемной вязкости, уравнение объемного сжатия и разгрузки которой имеет следующий вид [3]:

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{V}}{V_0} = \varphi(P, \epsilon) - \frac{\alpha_1 \lambda(P, \epsilon)}{\eta(P, \epsilon)} \psi(P, \epsilon). \quad (8)$$

Функции $\varphi(P, \epsilon)$, $\psi(P, \epsilon)$, $\lambda(P, \epsilon)$, входящие в уравнение (8), различны при нагрузке и разгрузке и приведены в (3); ϵ – объемная деформация грунта; α_1 – объемное содержание порового пространства в единице объема; $\eta(P, \epsilon)$ – переменный коэффициент объемной вязкости грунта; V_0, V – начальный и текущий объемы. Точка над величинами означает операцию дифференцирования.

Условие пластичности грунта принято в виде уравнения Мизеса–Боткина

$$S_r = \left\{ \sigma_{cc} + \frac{k_{тр} P}{\tau_{пр} - \sigma_{cc}} \right\}; \quad S_0 = \frac{1}{2} S_r; \quad S_r + S_\theta + S_z = 0, \quad (9)$$

где $k_{тр}$, $\tau_{пр}$, σ_{cc} – соответственно коэффициент внутреннего трения, предельное значение сдвиговой прочности грунта, сцепление; S_r , S_θ , S_z – компоненты девиатора тензора напряжений.

Динамическое поведение грунта описывается законами сохранения количества движения, массы и энергии

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} \right) = \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r};$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r\rho u)}{\partial r} = 0;$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + P \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} - (S_r \dot{\epsilon}_r + S_\theta \dot{\epsilon}_\theta) = 0; \quad (10)$$

$$\sigma_i = S_i - P \quad (i = r, \theta, z);$$

$$\dot{\epsilon}_r = \frac{\partial u}{\partial r}; \quad \dot{\epsilon}_\theta = \frac{u}{r},$$

где t – время; u – массовая скорость; $\bar{V} = V/V_0$ – удельный объем; e – внутренняя удельная энергия.

Начальными условиями при $t = 0$ являются

$$\frac{\partial U_1}{\partial t} = \frac{\partial U_2}{\partial t} = \frac{\partial \phi_1}{\partial t} = 0, \quad U_1 = U_2 = \phi_1 = 0, \quad P_2 = P_n, \quad \rho = \rho_0 \quad \text{при } r < r_1; \quad (11)$$

$$u = 0, \quad P = \sigma_r = 0, \quad \rho = \rho_1 \quad \text{при } r \geq r_1,$$

где ρ_0, ρ_1 – начальные плотности оболочки и грунта соответственно; r_1 – расстояние до границы оболочки с грунтом; P_n – начальное давление на оболочку.

Граничными условиями являются:

1) условие непрерывности нормальных радиальных напряжений и скорости на подвижном контакте оболочка–грунт;

2) условие “откола”: если в определенный момент времени t_n давление в грунте $P_r \leq P_{\text{от}}$, где $P_{\text{от}}$ – давление, характеризующее прочность грунта на отрыв, то полагаем $P_r(t_n) = P_0$ (P_0 – атмосферное давление).

Для решения начально-краевая задача записывалась в конечно-разностном виде с использованием схемы второго порядка точности по пространственной и временной координатам типа “крест” [4, 5]. Устойчивость счета обеспечивалась выбором шага по времени с условием устойчивости типа Куранта.

Расчеты проводились для оболочки радиусом $R = 0,2$ м, толщиной $h = 0,001$ м и следующими физико-механическими параметрами: $E = 7 \cdot 10^{10}$ Па; $\sigma_T = 3,17 \cdot 10^8$ Па; $\nu = 0,3$; $\rho_0 = 2700$ кг/м³; $D = 6500$; $n = 0,25$. Нагрузка на внутреннюю поверхность оболочки определялась по формуле $P_2 = P_n(1 - t/T)$ при $t \leq T$, $P_2 = 0$ при $t > T$, $P_n = 10^8$ Па, $T = 50 \cdot 10^{-6}$ с.

Физико-механические характеристики лессового грунта были следующими: $\rho_r = 1920$ кг/м³; $\rho_r c_s^2 = 3 \cdot 10^6$ Па; $k = -1,2 \cdot 10^7$ Па; $\gamma_s = 6$, $\gamma_D = 8$, $\gamma_{SR} = 7$; $\eta_D = 500$ Па/с; $\rho_0 c_D^2 = 3,67 \cdot 10^9$ Па.

Зависимость среднего гидростатического давления на внутреннюю поверхность оболочки от времени показана на рис. 1. На рис. 2 представлены зависимости контактного давления грунта на оболочку (кривая 1) и деформации оболочки ϵ_{11} (кривая 2) от времени. Из рисунков видно, что поведение давления на внутреннюю поверхность оболочки носит аperiodический затухающий во времени колебательный характер, обусловленный диссипацией энергии, идущей на пластические деформации конструкции. В грунте давление изменяется пикообразно, причем имеются участки нулевого давления, соответствующие откольным явлениям грунта. Эти воздействия давления на внутреннюю и внешнюю поверхность оболочки приводят к колебаниям деформации во времени при ее росте.

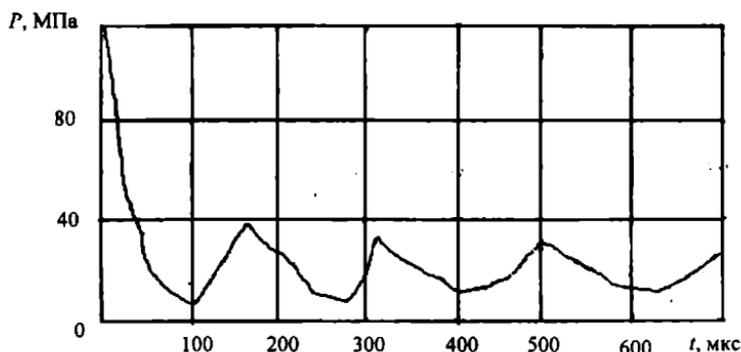


Рис. 1. Зависимость давления на внутреннюю поверхность оболочки от времени

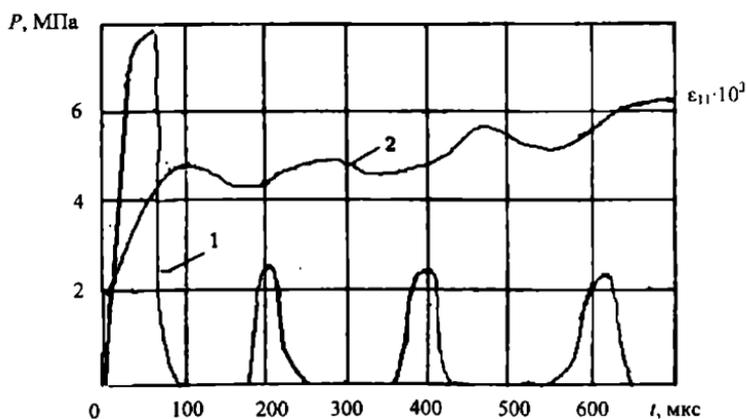


Рис. 2. Зависимость контактного давления грунта на оболочку (кривая 1) и деформации оболочки ϵ_{11} (кривая 2) от времени

На рис. 3 показана динамика развития зазора между срединной поверхностью оболочки и границей оторвавшегося грунта. Из рисунка следует, что с течением времени зазор совершает колебательные движения, однако величина его увеличивается.

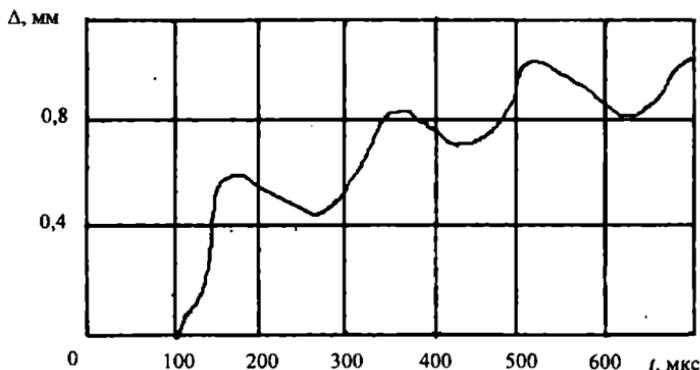


Рис. 3. Динамика развития зазора между оболочкой и грунтом

Таким образом, разработана эффективная методика на основе современных модельных представлений конструкций и грунтовых сред и развития численных методов для расчета динамического взаимодействия сложных полиагрегатных систем, позволяющая детально изучать волновые процессы в таких системах при взрывных и ударных нагрузках.

1. *Филиппов А.П., Кохманюк С.С., Янютин Е.Т.* Деформирование элементов конструкций под действием ударных и импульсных нагрузок. – К.: Наук. думка, 1978. – 184 с.

2. *Кадашевич Ю.И., Новожилов В.В.* Теория пластичности, учитывающая остаточные микронапряжения // Прикл. математика и механика. – 1958. – 12, № 1. – С. 78–89.

3. *Плакий В.А., Ремез Н.С.* Распространение цилиндрических взрывных волн в многокомпонентной вязкопластической среде с переменной вязкостью // Прикл. механика. – 1992. – 28, № 10. – С. 29–36.

4. *Уилкинс М.Л.* Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике. – М.: Мир, 1967. – С. 212–263.

5. *Луговой П.З., Мейш В.Ф., Ремез Н.С.* Упруговязкопластическое поведение подкрепленных оболочек при нестационарном нагружении // Доповіді НАН України. – 2000. – № 3. – С. 55–60.