

Тарадай В.И., Несен Л.И., Побигайло В.А.; Нац. техн. ун-т Украины «Киев. политехн. ин-т». – Киев, 1999. – 18 с. – Рус. – Деп. в ГНТБ Украины.

2. *Обзор математических моделей электрической дуги / Розен В.П., Тарадай В.И., Побигайло В.А.; Нац. техн. ун-т Украины «Киев. политехн. ин-т». – Киев, 1999. – 8 с. – Рус. – Деп. в ГНТБ Украины.*

УДК 611.313.332.2

## СТРУКТУРЫ ПРОПОРЦИОНАЛЬНО-ИНТЕГРАЛЬНЫХ НЕЧЕТКИХ КОНТРОЛЛЕРОВ С ПЕРЕМЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ДЛЯ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА

*А.В. Чермалых, канд. техн. наук, В.В. Кузнецов, асп. (НТУУ «КПИ»)*

*Наведено структури нелінійних нечітких контролерів для автоматизованого електроприводу, отримані в результаті використання різних методів дефазифікації у визначенні керуючого впливу, які мають змінний коефіцієнт підсилення, що залежить від величини та знаку вхідних змінних контролера.*

### **Введение**

Несмотря на то, что нечеткая технология управления уже нашла практическое применение, основы теории таких систем находятся еще в стадии развития. Целью настоящей статьи является аналитический анализ структур простых нечетких контроллеров (фаззи-контроллеров), использующих различные методы формирования управляющих воздействий.

Используя преимущества аналитического анализа, авторы выполнили теоретические исследования для определения адекватности известных методов дефазификации в контексте нечеткого управления с целью сравнения динамических и статических (включая локальную стабильность в точке равновесия) характеристик нечетких контроллеров. Нечеткие контроллеры в этом анализе рассматриваются как нелинейные, адаптивные. Их конфигурация включает два входных и три выходных нечетких набора, четыре правила управления и четыре метода вывода управляющего сигнала ( $R_M$ ,  $R_L$ ,  $R_{DP}$ ,  $R_{BP}$ ). Нечеткие контроллеры наиболее эффективно могут применяться для автоматизированного управления скоростью или положением электропривода переменного тока, имеющего сложную структуру с переменными параметрами и нелинейными звенями [1].

## Аналитические структуры простых нечетких контроллеров

Нечеткие контроллеры, рассмотренные в этой статье, имеют минимально возможную конфигурацию, поэтому они названы простыми нечеткими контроллерами. Такие контроллеры имеют два нечетких входа – ошибку регулирования и приращение ошибки за интервал дискретности по времени. После масштабирования входы имеют вид:

$$GE \cdot e(nT) = GE \cdot (y_s - y(nT)); \quad (1)$$

$$GR \cdot r(nT) = GR \cdot (e(nT) - e(nT - T)), \quad (2)$$

где  $GE$  и  $GR$  – весовые коэффициенты для ошибки  $e(nT)$  и приращения  $r(nT)$  соответственно;  $y_s$  – заданное значение управляемой переменной конкретного технического процесса;  $y(nT)$  – действительное значение выходной переменной в момент времени  $nT$ .

Масштабированные ошибка и приращение представляют собой нечеткие области с входными переменными и функциями принадлежности  $\mu$ , показанными на рис. 1.

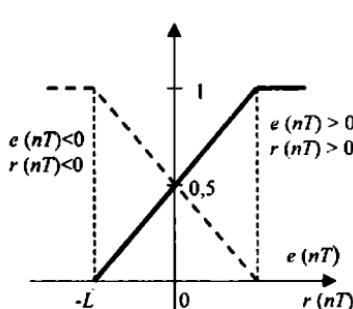


Рис. 1

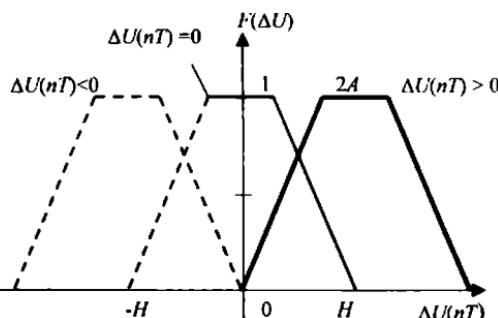


Рис. 2

Внутри интервала  $(-L, L)$  значение функций принадлежности увеличивается (уменьшается) линейно. Вне этого интервала  $\mu$  принимает значение 0 или 1.

Для областей значений  $e(nT) > 0, e(nT) < 0$  функции принадлежности будут соответственно равны:

$$\mu_e^+ = \frac{L + GE \cdot e(nT)}{2L}; \quad \mu_e^- = \frac{L - GE \cdot e(nT)}{2L}. \quad (3)$$

Аналогично для  $r(nT) > 0, r(nT) < 0$

$$\mu_r^+ = \frac{L + GR \cdot r(nT)}{2L}; \quad \mu_r^- = \frac{L - GR \cdot r(nT)}{2L}. \quad (4)$$

Очевидно, что

$$\mu_e^+ + \mu_e^- = 1; \quad \mu_r^+ + \mu_r^- = 1. \quad (5)$$

В системе управления с нечетким контроллером используют четыре правила определения знака пошагового выхода контроллера  $\Delta U(nT)$ :

$$\Delta U(nT) = \begin{cases} > 0 & \text{если } e(nT) > 0, \ r(nT) > 0; \quad (r_1) \\ = 0 & \text{если } e(nT) > 0, \ r(nT) < 0; \quad (r_2) \\ = 0 & \text{если } e(nT) < 0, \ r(nT) > 0; \quad (r_3) \\ < 0 & \text{если } e(nT) < 0, \ r(nT) < 0. \quad (r_4) \end{cases}$$

Функции принадлежности выхода нечеткого контроллера представлены в виде трех трапеций в соответствии с принятыми правилами управления (рис. 2):  $H$  – координата центра тяжести трапеции  $\Delta U(nT) > 0$ ;  $(-H)$  – координата центра тяжести трапеции  $\Delta U(nT) < 0$ ;  $2A$  – верхнее основание трапеции. Форма трапеции определяется отношением

$$\Theta = \frac{A}{H}, \quad (6)$$

которое должно ограничиваться значением

$$\Theta \leq 0,5. \quad (7)$$

Рассмотрим четыре различных метода определения выходного сигнала контроллера (табл. 1).

Таблица 1. Методы определения выходного сигнала контроллера

Метод активизации функции принадлежности	Определение функции принадлежности
$R_M$	$\mu \wedge F(\Delta U)$
$R_L$	$\mu \cdot F(\Delta U)$
$R_{DP}$	$\begin{cases} \mu, & F(\Delta U) = 1 \\ F(\Delta U), & \mu = 1 \\ 0, & \mu < 1 \text{ и } F(\Delta U) < 1 \end{cases}$
$R_{BP}$	$0 \vee [\mu + F(\Delta U) - 1]$

Выходы представлены затемненными областями на рис. 3, где  $\mu$  – значение функции принадлежности, полученное по входным нечетким множествам; площади затемненных участков трапеций определяются по формулам

$$\left. \begin{aligned} S_M(\mu) &= \mu(2 - \mu + \mu \cdot \Theta)H; \\ S_L(\mu) &= \mu(1 + \Theta)H; \\ S_{DP}(\mu) &= 2\mu\Theta H; \\ S_{BP}(\mu) &= \mu(2\Theta + \mu - \mu\Theta)H. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Функции принадлежности нечетких множеств выходной переменной контроллера обозначены  $F(\Delta U)$ .

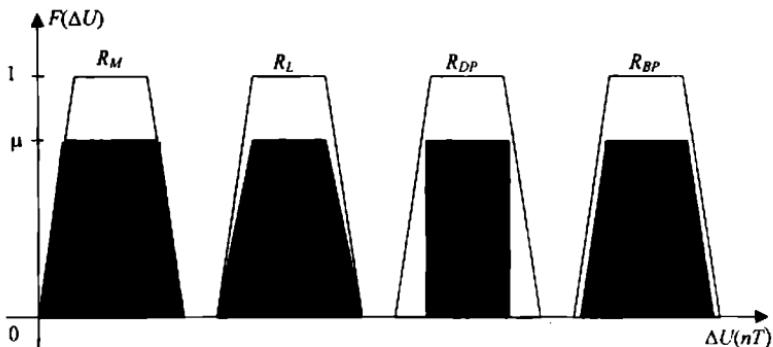


Рис. 3

Правила управления ( $r_2$ ) и ( $r_3$ ) дают две функции принадлежности  $\mu_{r_2}$  и  $\mu_{r_3}$ , соответствующие одному и тому же нечеткому множеству  $\Delta U(nT) = 0$ . Для объединенной функции принадлежности, используя нечеткую логику «И», будем иметь:

$$\mu_{r_2 \wedge r_3} = \min((\mu_{r_2} + \mu_{r_3}), 1) = \mu_{r_2} + \mu_{r_3} \leq 1. \quad (9)$$

Для дефазификации входных нечетких множеств воспользуемся гравитационным методом [2], согласно которому в качестве выходной переменной принимается координата центра тяжести всех площадей функций принадлежности (рис. 2). Поскольку все нечеткие области являются симметричными относительно их центров тяжести ( $H$ ,  $0$ ,  $-H$ ), то по этим координатам может быть рассчитана координата глобального центра тяжести. Таким образом, масштабированная выходная переменная  $\Lambda U(nT)$  будет равна

$$\begin{aligned} GU \cdot \Delta U(nT) &= GU \frac{-H \cdot S(\mu_{r_1}) + 0 \cdot S(\mu_{r_2}, \mu_{r_3}) + H \cdot S(\mu_{r_4})}{S(\mu_{r_1}) + S(\mu_{r_2}, \mu_{r_3}) + S(\mu_{r_4})} = \\ &= GU \cdot \Delta U(nT) \frac{H \cdot (S(\mu_{r_4}) - S(\mu_{r_1}))}{S(\mu_{r_1}) + S(\mu_{r_2}, \mu_{r_3}) + S(\mu_{r_4})}, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $S(\mu_{r_4})$  и  $S(\mu_{r_1})$  – рассчитанные по формулам (8) площади активной части функций принадлежности  $\mu_{r_4}$  и  $\mu_{r_1}$  соответственно для областей  $\Delta U(nT) > 0$  и  $\Delta U(nT) < 0$ ;  $S(\mu_{r_2}, \mu_{r_3})$  – площадь, соответствующая области  $\Delta U(nT) = 0$  и правилам управления ( $r_2$ ) и ( $r_3$ ) с учетом полученной согласно (9) объединенной функции принадлежности  $\mu_{r_2, r_3}$ ;  $GU$  – весовой коэффициент для переменной  $\Delta U(nT)$ .

Полный выход нечеткого контроллера

$$U(nT) = U(nT - T) + GU \cdot \Delta U(nT),$$

где  $U(nT-T)$  – значение выходной переменной в предыдущем интервале времени  $nT-T$ .

Практически масштабированная ошибка регулирования и ее приращение при реализации системы управления должны находиться внутри интервала  $(-L, L)$ , чтобы полностью использовать преимущества нелинейного нечеткого контроллера. Такие контроллеры, независимо от метода определения выходной величины ( $R_M, R_I, R_{DP}$  или  $R_{BP}$ ), имеют переменные коэффициенты передачи

$$GU \cdot \Delta U(nT) = (K_I \cdot e(nT) + K_P \cdot r(nT)), \quad (11)$$

где  $K_I$  и  $K_P$  – соответственно коэффициенты пропорциональной и интегральной составляющих:

$$K_P = \beta \cdot GR; \quad (12)$$

$$K_I = \beta \cdot GE. \quad (13)$$

Коэффициент  $\beta$  зависит от метода определения выходной переменной контроллера и находится согласно (11)...(13) из выражения:

$$\beta = \frac{GU \cdot \Delta U(nT)}{GE \cdot e(nT) + GR \cdot r(nT)}. \quad (14)$$

Определим структуру нечеткого контроллера, используя  $R_M$ -метод, для чего заменим функцию принадлежности в формуле  $S_M(\mu)$  функциями  $\mu_{ri}$ :

$$\mu_{r1} = \mu_e^+, \quad \mu_{r2} = \mu_r^-, \quad \mu_{r3} = \mu_e^-, \quad \mu_{r4} = \mu_r^+ \quad (15, a)$$

или

$$\mu_{r1} = \mu_e^+, \quad \mu_{r2} = \mu_e^+, \quad \mu_{r3} = \mu_r^+, \quad \mu_{r4} = \mu_r^-, \quad (15, b)$$

то есть найдем значения площадей  $S(\mu_{ri})$  для формулы (10).

На основании зависимостей (3) и (4), если  $GR \cdot |r(nT)| \leq GE|e(nT)| \leq L$ , дефазификационный алгоритм (10) для варианта (15, a) примет вид

$$GU \cdot \Delta U(nT) = \frac{0,5H \cdot GU \cdot (A + B)}{(3 + \Theta)L^2 - (C + D)}, \quad (16)$$

где

$$A = (1 + \Theta)L(GE \cdot e(nT) + GR \cdot r(nT));$$

$$B = 0,5(1 - \Theta)((GE \cdot e(nT))^2 - (GR \cdot r(nT))^2);$$

$$C = (1 + \Theta)L \cdot GE \cdot |e(nT)|;$$

$$D = 0,5(1 - \Theta)((GE \cdot e(nT))^2 + (GR \cdot r(nT))^2).$$

Подставив в выражение (14) значение  $GU \cdot \Delta U(nT)$  из (16), получим

$$\beta^M = \frac{0,5H \cdot GU \cdot (A_1 + B_1)}{(3 + \Theta)L^2 - (C + D)}, \quad (17)$$

где  $A_1 = (1 + \Theta)L$ ;  $B_1 = 0,5(1 - \Theta)|GE \cdot e(nT) - GR \cdot r(nT)|$ .

Аналогично определяется коэффициент  $\beta$  для других методов выделения активных площадей функций распределения выходной переменной контроллера. Так, для  $R_L$ -метода и  $R_{DP}$ -метода при комбинации функций распределения (15, а)

$$\beta^L = \beta^{DP} = \frac{0,5H \cdot GU}{2L - GE \cdot |e(nT)|}. \quad (18)$$

Из уравнения (16) ясно, что нечеткий контроллер является нелинейным как по отношению к ошибке регулирования  $e(nT)$ , так и к темпу ее изменения  $r(nT)$ .

Из проведенного анализа видно, что основным параметром рассмотренных структур нечеткого контроллера является коэффициент  $\beta$ , который определяет эффективность стабилизации переходных режимов. Для всех четырех методов определения управляющего воздействия коэффициент  $\beta$  симметричен относительно осей координат нечетких множеств:

$$\begin{aligned} GR \cdot r(nT) &= GE \cdot e(nT); \\ GR \cdot r(nT) &= -GE \cdot e(nT). \end{aligned}$$

Очевидно, что, например, для  $R_M$ -метода  $\beta^M$  достигает максимума при  $GE \cdot e(nT) = L$  и  $GR \cdot r(nT) = -L$ :

$$\beta_{\max}^M = \frac{H \cdot GU}{(1 + \Theta)L}, \quad (19)$$

так как при этом числитель (17) принимает наибольшее значение, а знаменатель – наименьшее.

Если  $GR \cdot r(nT) = GE \cdot e(nT) = 0$ , то числитель становится минимальным, а знаменатель – максимальным и, следовательно,

$$\beta_{\min}^M = \frac{(1 + \Theta) \cdot H \cdot GU}{2(3 + \Theta)L}. \quad (20)$$

Отношение  $\beta_{\max}^M$  к  $\beta_{\min}^M$

$$\rho^M = \frac{2(3 + \Theta)}{(1 + \Theta)^2} \quad (21)$$

монотонно уменьшается с увеличением  $\Theta$  от 0 до 0,5 и определяет диапазон изменения коэффициента передачи нечеткого элемента:

$$28/9 \leq \rho^M \leq 6.$$

При определенной величине  $GR \cdot r(nT)$  в случае  $GE \cdot e(nT) \geq GR \cdot r(nT)$  возрастает  $GE \cdot e(nT)$ , увеличивая числитель (17) и уменьшая знаменатель. Аналогично при заданной величине  $GE \cdot e(nT)$  увеличение  $GR \cdot r(nT)$  приводит к увеличению  $\beta^M$ .

Если  $GR \cdot r(nT) = GE \cdot e(nT) = L$ , то коэффициент  $\beta^M$  будет равен

$$\beta_{L,L}^M = \frac{H \cdot GU}{2L}. \quad (22)$$

По такой методике находят характерные значения коэффициента  $\beta$  для других методов определения выходной переменной контроллера.

### **Заключение**

Нечеткие контроллеры с различными методами определения управляющего воздействия  $\Delta U(nT)$  являются нелинейными с переменной структурой. Самые простые структуры получаются при  $R_L$  и  $R_{DP}$ -методах. Нечеткие контроллеры превосходят классические линейные регуляторы в тех случаях, когда объект управления содержит существенные нелинейности с изменяющимися во времени параметрами или звенья с запаздыванием. Эти контроллеры могут использоваться для линейных систем, обеспечивая абсолютную устойчивость положения равновесия и требуемое качество регулирования. При синтезе структуры и параметров нечетких регуляторов следует выбирать границы нечетких множеств и весовые коэффициенты по приведенным выше формулам, исходя из максимально возможных реальных значений ошибки регулирования и интенсивности ее изменения.

1. Волков А.В. Квазивекторное управление частотно-регулируемым асинхронным двигателем // Технічна електродинаміка. – 1999. – №3. – С. 32–36.
2. Системы фаззи-управления / В.И. Архангельский., И.Н. Богаенко, Г.Г. Грабовский, Н.А. Рюмшин. – Київ: Техніка, 1997. – 208 с.

УДК 681.142

## **КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ УПРУГОЙ СИСТЕМЫ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ**

**В.М. Чермалых, докт. техн. наук, А.В. Данилин, асп. (НТУУ «КПИ»)**

Викладено метод комп'ютерного моделювання складних пружніх систем шляхом заміни елементів з розподіленими параметрами дискретними ланцюговими ланками, який дозволяє оптимізувати електромеханічні системи по динамічним навантаженням з урахуванням частот власних коливань, що змінюються в часі.

К промышленным электромеханическим системам относят, в основном, машины и установки, содержащие электродвигатели и специальные механизмы (трансмиссии), передающие движение исполнительному органу. Трансмиссии машин отличаются большой сложностью распределения масс (моментов