$$\beta^{M}_{L.L} = \frac{H \cdot GU}{2L}. \tag{22}$$

По такой методике находят характерные значения коэффициента β для других методов определения выходной переменной контроллера.

Заключение

Нечеткие контроллеры с различными методами определения управляющего воздействия $\Delta U(nT)$ являются нелинейными с переменной структурой. Самые простые структуры получаются при R_L и R_{DP}-методах. Нечеткие контроллеры превосходят классические линейные регуляторы в тех случаях, когда объект управления содержит существенные нелинейности с изменяющимися во времени параметрами или звенья с запаздыванием. Эти контроллеры могут использоваться для линейных систем, обеспечивая абсолютную устойчивость положения равновесия и требуемое качество регулирования. При синтезе структуры и параметров нечетких регуляторов следует выбирать границы нечетких множеств и весовые коэффициенты по приведенным выше формулам, исходя из максимально возможных реальных значений ошибки регулирования и интенсивности ее изменения.

1. *Волков А.В.* Квазивекторное управление частотно-регулируемым асинхронным двигателем // Технічна електродинаміка. – 1999. – №3. – С. 32–36.

2. *Системы фаззи–управления* / В.И. Архангельский., И.Н. Богаенко, Г.Г. Грабовский, Н.А. Рюмшин. – Київ: Техніка, 1997. – 208 с.

УДК 681.142

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ УПРУГОЙ СИСТЕМЫ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

В.М. Чермалых, докт. техн. наук, А.В. Данилин, асп. (НТУУ «КПИ»)

Викладено метод комп'ютерного моделювання складних пружних систем шляхом заміни елементів з розподіленими параметрами дискретними ланцюговими ланками, який дозволяє оптимізувати електромеханічні системи по динамічним навантаженням з урахуванням частот власних коливань, що змінюються в часі.

К промышленным электромеханическим системам относят, в основном, машины и установки, содержащие электродвигатели и специальные механизмы (трансмиссии), передающие движение исполнительному органу. Трансмиссии машин отличаются большой сложностью распределения масс (моментов инерции). При этом массы и упругости отдельных участков могут быть как сосредоточенными, так и распределенными (стальные канаты шахтных подъемных машин, конвейерные ленты и т.п.).

Структуре реальной трансмиссии соответствует обычно сложная эквивалентная схема, имеющая, как правило, несколько степеней свободы. Исследование и решение уравнений движения таких систем связано с большими трудностями как вычислительного, так и принципиального характера. Поэтому рационально проводить упрощение эквивалентных схем, оставляя выделенными лишь наиболее крупные массы и приводя к ним массы остальных звеньев, в том числе и звеньев с распределенными параметрами.

Как известно из теоретической механики, исследование движения систем с распределенными параметрами сводится к интегрированию дифференциальных уравнений в частных производных и представляет собой весьма сложную и громоздкую задачу. Известно также, что пренебрежение распределенной массой чрезвычайно упрощает задачу, так как при этом уменьшается число степеней свободы. Но такое допущение вносит в ряде случаев (например, когда масса ветви каната подъемной машины соизмерима с массой концевого груза) заметную погрешность.

Эту погрешность можно существенно уменьшить, если звено с распределенной массой представить упругой дискретной цепной системой, состоящей из большого числа сосредоточенных масс, соединенных идеальными упругими связями. Величины дискретных масс могут быть легко посчитаны, если известен закон распространения деформации звена с распределенными параметрами вдоль его длины. Компьютерное моделирование такой системы при любом числе дискретных масс не представляет трудностей как при исследовании отдельного упругого звена, так и в составе электромеханической системы.

Рассмотрим систему, состоящую из двух сосредоточенных масс m_1 и m_2, соединенных между собой упругим звеном длиной l_0 с распределенной массой m_0 (рис. 1). Для определения величин дискретных масс рассмотрим участок упругого звена $l_k = l_0/n$ и массой $m_k = m_0/n$, где n – число участков упругой дискретной системы, которой заменена реальная система ($n = 2, 3, 4, \ldots$).

Коэффициент $c_{дф}$ численно равен единичной разности скорости крайних сечений элементарного участка, является распределенным параметром и определяет затухание волновых процессов в реальном упругом звене.

Для описания динамики упругой цепной системы воспользуемся методом Лагранжа. Уравнение Лагранжа для обобщенной координаты x при $c_{дф} = 0$ имеет следующий вид:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i} - \frac{\partial T}{\partial x_i} = F_i - \frac{\partial \Pi}{\partial x_i}. \qquad (1)$$

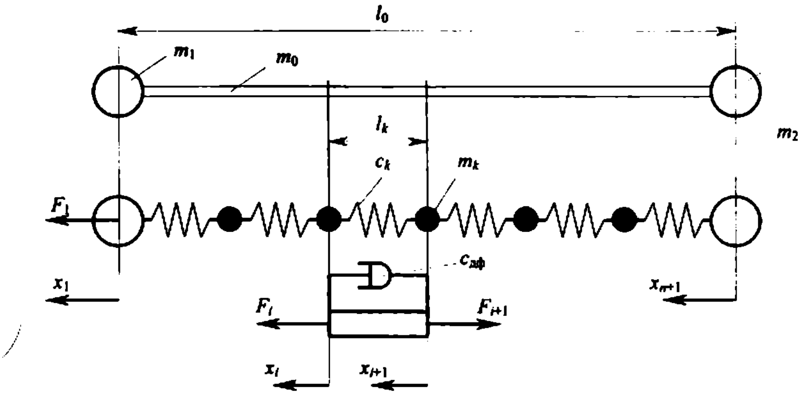

Рис. 1. Схема электромеханической упругой системы с распределенными параметрами: F – внешняя сила, приложенная к сосредоточенной массе m_1; F_i, F_{i+1} – внутренние силы реакции системы на выделенный элементарный участок длиной l_k; x_i, x_{i+1} – перемещения крайних сечений элементарного участка; $c_{дф}$ – коэффициент демпфирования упругих колебаний

Здесь $T = \frac{m_k}{3} \cdot \frac{\dot{x}_i^2 + \dot{x}_i \dot{x}_{i+1} + \dot{x}_{i+1}^2}{2}$ – кинетическая энергия выделенного элементарного звена [1]; П – изменение потенциальной энергии элементарного звена при упругой деформации, $\Pi = 0{,}5 c_k (x_i - x_{i+1})^2$; c_k – дискретный коэффициент упругости, $c_k = c_у n$; $c_у$ – коэффициент упругости звена с распределенными параметрами;

$$c_у = m_0 a_k^2 / l_0 , \tag{2}$$

где a_k – скорость распространения упругой деформации по длине звена.

Вычислим члены уравнения Лагранжа для координат x_i и x_{i+1}:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i} = \frac{m_k}{3}\left(\dot{x}_i + \frac{\dot{x}_{i+1}}{2}\right); \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_{i+1}} = \frac{m_k}{3}\left(\dot{x}_{i+1} + \frac{\dot{x}_i}{2}\right);$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i} = \frac{m_k}{3}\left(\ddot{x}_i + \frac{\ddot{x}_{i+1}}{2}\right); \quad \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_{i+1}} = \frac{m_k}{3}\left(\ddot{x}_{i+1} + \frac{\ddot{x}_i}{2}\right);$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_i} = c_k (x_i - x_{i+1}); \quad \frac{\partial \Pi}{\partial x_{i+1}} = -c_k (x_i - x_{i+1}).$$

Подставляя полученные значения производных в уравнение Лагранжа, получим:

$$\left.\begin{aligned} \frac{m_k}{3}\left(\ddot{x}_i + \frac{\ddot{x}_{i+1}}{2}\right) &= F_i - c_k (x_i - x_{i+1}); \\ \frac{m_k}{3}\left(\ddot{x}_{i+1} + \frac{\ddot{x}_i}{2}\right) &= -F_{i+1} + c_k (x_i - x_{i+1}) \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

В уравнениях (3) согласно эквивалентной дискретной схеме (см. рис. 1) реакции $F_i = c_k(x_{i-1} - x_i)$; $F_{i+1} = c_k(x_{i+1} - x_{i+2})$.

Приведенные сосредоточенные массы на концах упругого звена будут равны сумме собственной сосредоточенной массы m_1 (m_2) и приведенной массы смежного элементарного участка $m_k/3$, то есть

$$m_1' = m_1 + \frac{m_k}{3}; \; m_2' = m_2 + \frac{m_k}{3}.$$

Согласно полученным зависимостям поведение упругой дискретной системы в переходных режимах будет описываться следующей системой дифференциальных уравнений без учета затухания колебаний:

$$\left.\begin{aligned}
&\left(m_1 + \frac{m_k}{3}\right)\ddot{x}_1 + \frac{m_k}{6}\ddot{x}_2 = F - c_k(x_1 - x_2);\\
&\frac{2m_k}{3}\ddot{x}_2 + \frac{m_k}{6}(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_3) = c_k(x_1 - x_2) - c_k(x_2 - x_3);\\
&\frac{2m_k}{3}\ddot{x}_3 + \frac{m_k}{6}(\ddot{x}_2 + \ddot{x}_4) = c_k(x_2 - x_3) - c_k(x_3 - x_4);\\
&\\
&\frac{2m_k}{3}\ddot{x}_n + \frac{m_k}{6}(\ddot{x}_{n-1} + \ddot{x}_{n+1}) = c_k(x_{n-1} - x_n) - c_k(x_n - x_{n+1});\\
&\left(m_2 + \frac{m_k}{3}\right)\ddot{x}_{n+1} + \frac{m_k}{6}\ddot{x}_n = c_k(x_n - x_{n+1}).
\end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Запишем уравнения (4) в операторной форме, принимая в качестве выходных переменных координаты x_i, а в качестве входных – упругие силы $F_i = c_k(x_i - x_{i+1})$, где i = 1, 2, … n. Для простоты записи изображения переменных и сами переменные будем обозначать одинаково, т.е. $x_i(p) = x_i$:

$$\left.\begin{aligned}
&x_1 = \frac{3}{(3m_1 + m_k)p^2}\left[F - c_k(x_1 - x_2) - \frac{m_k}{2(3m_1 + m_k)}x_2\right];\\
&x_2 = \frac{3}{2m_k p^2}\left[c_k(x_1 - x_2) - c_k(x_2 - x_3) - \frac{1}{4}(x_1 - x_3)\right];\\
&x_3 = \frac{3}{2m_k p^2}\left[c_k(x_2 - x_3) - c_k(x_3 - x_4) - \frac{1}{4}(x_2 - x_4)\right];\\
&\\
&x_n = \frac{3}{2m_k p^2}\left[c_k(x_{n-1} - x_n) - c_k(x_n - x_{n+1}) - \frac{1}{4}(x_{n-1} - x_{n+1})\right];\\
&x_{n+1} = \frac{3}{(3m_2 + m_k)p^2}\left[c_k(x_n - x_{n+1}) - \frac{m_k}{2(3m_2 + m_k)}x_n\right].
\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

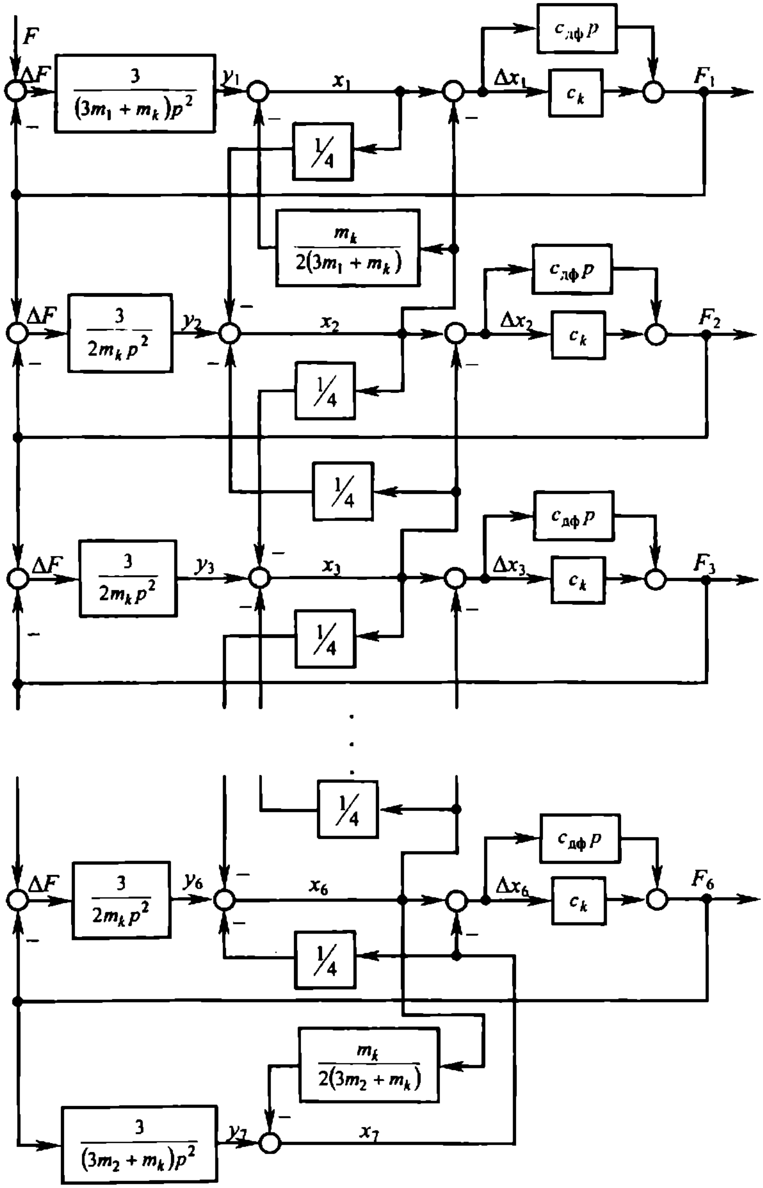

Рис. 2. Структурная схема исследования динамических процессов в упругой системе

На рис. 2 представлена структурная схема, соответствующая системе уравнений (5). В качестве выходных переменных выделены упруго-вязкие силы $F_i = F_{yi} + F_{дфi}$, где F_{yi} – сила упругости, $F_{yi} = c_k(x_i - x_{i+1})$; $F_{дфi}$ – силы вязкого сопротивления, $F_{дфi} = c_{дф}(\dot{x}_i - \dot{x}_{i+1})$. На структурной схеме изображение $F_{дф}$ представлено дифференцирующим звеном с передаточной функцией $c_{дф}p$, которая при цифровом моделировании заменяется дискретной передаточной функцией вида

$$W(z) = c_{дф}\frac{(1 - z^{-1})}{T},$$

где z^{-1} – чистое запаздывание; T – интервал дискретности.

По этой структурной схеме выполнены исследования динамических процессов на компьютере в упругой системе при движущем усилии F = 1,0 кН и следующих значениях параметров: m_1 = 3000, m_2 = 500, m_k = 1000, c_y = 16000, $c_{дф}$ = 0, a_k = 4000. На рис. 3 приведены графики изменения упругих сил F_1 и F_n для n = 2, 6 и 12.

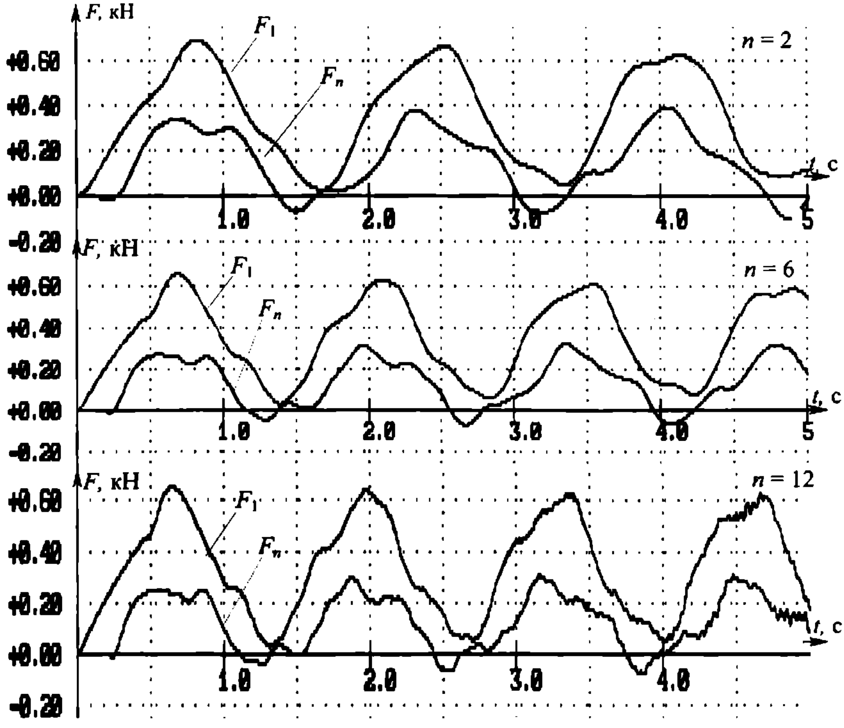

Рис. 3. Графики изменения упругих сил

Анализ графиков показывает, что увеличение числа участков дискретизации упругого звена с распределенными параметрами приводит к незначительному изменению амплитуды колебаний динамических нагрузок, но существенно влияет на частоту, которая является основным параметром при оптимизации электромеханической системы по динамическим нагрузкам [2]. Исследования показали, что в зависимости от соотношения масс системы практическое число участков дискретизации n должно быть различным.

В рассмотренном примере достаточно принять $n = 6$, так как с увеличением n в 2 раза ($n = 12$) частота колебаний практически не изменилась.

Корректность предложенного метода моделирования звеньев с распределенными параметрами подтверждается следующими двумя показателями: средними значениями динамических усилий F_1 и F_n ($F_{1ср}$ и $F_{nср}$) и временем запаздывания τ появления усилия F_n:

$$F_{1ср} = F\frac{m_0 + m_k}{m_1 + m_0 + m_k} = \frac{1}{3}\,кН;\quad F_{nср} = F\frac{m_k}{m_1 + m_0 + m_k} = \frac{1}{9}\,кН;\quad \tau = \frac{l_0}{a_k} = 0{,}25\ с.$$

Эти данные полностью соответствуют графикам, полученным для $n = 6$ и $n = 12$.

Весьма актуальным является компьютерное моделирование автоматизированных электромеханических систем, в которых в процессе движения исполнительного органа изменяются в функции пути или времени параметры упругих звеньев (например, ветвей канатов l_1 и l_2 поднимающейся и опускающейся клетей подъемных установок глубоких шахт).

Особенностью таких систем является то, что осуществляется непрерывный контроль углового перемещения барабана подъемной машины и автоматически выбирается необходимое число дискретных звеньев: n – для ветви l_1 и m – для l_2. При этом величины n и m будут переменными, но сумма $n + m$ всегда постоянная.

Автоматическое управление обеспечивает в любой момент времени нужное соотношение частот колебаний, а, следовательно, и формирование оптимального динамического режима.

1. *Давидов Б.Л., Скородумов Б.А.* Динамика горных машин. – М.: Недра, 1961. – 335 с.

2. *Чермалых В.М., Родькин Д.И., Каневский В.В.* Системы электропривода и автоматики рудничных стационарных машин и установок. – М.: Недра, 1976. – 398 с.