

Поведение оболочки является упругопластическим, поскольку давление в падающей волне вызывает в лобовой точке оболочки напряжения, превышающие ее предел упругости, и влекущие за собой пластические деформации, которые могут вызвать разрушение оболочки при таком близком расположении заряда.

1. Ляхов Г. М. Волны в грунтах и пористых многокомпонентных средах. – М.: Наука, 1982. – 288 с.

2. Ремез Н. С. Особливості деформування твердого багатокомпонентного в'язкопластичного середовища зі змінним коефіцієнтом в'язкості при динамічних навантаженнях // Вісник НТУУ "КПІ". Серія "Гірництво": Збірник наукових праць. – Київ, 2000. – Вип. 3. – С. 34–39.

3. Кадашевич Ю. И., Новожилов В. В. Теория пластичности, учитывающая остаточные микронапряжения // Прикл. математика и механика. – 1958. – 12, № 1. – С. 78–89.

4. Луговой П. З., Мейш В. Ф., Ремез Н. С. Упруговязкопластическое поведение подкрепленных оболочек при нестационарном нагружении // Доповіді НАН України. – 2000. – № 3. – С. 55–60.

5. Уилкинс М. Л. Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике. – М.: Мир, 1967. – С. 212–263.

6. Ремез Н. С. Влияние переменного коэффициента вязкости на трансформацию сферических взрывных волн в многокомпонентной вязкопластической среде // Доповіді НАН України. – 1999. – № 5. – С. 68–73.

7. Лучко И. А., Плакий В. А., Ремез Н. С. и др. Механический эффект взрыва в грунтах – Киев: Наук. думка, 1989. – 232 с.

УДК 622.245+539.3

РОЗРОБЛЕННЯ АЛГОРИТМУ ЗАДАЧІ ПРО ДИНАМІКУ СИСТЕМИ ОБСАДНА КОЛОНА–ЦЕМЕНТНИЙ КАМІНЬ ЧИСЕЛЬНИМ МЕТОДОМ

М. О. Лисюк, канд. техн. наук (ННДІОП)

Волновые процессы в скважинах, возникающие при взрыво-прострелочных работах, характеризуются существенными градиентами функции перемещений, что резко осложняет исследование динамического деформирования конструктивных элементов скважины – ухудшается сходимость аналитических вычислений в зонах, прилегающих к волновым фронтам. В связи с этим для решения указанных задач возникает потребность применения численных методов.

Підвищення ефективності роботи нафтогазовидобувних та геолого-розвідувальних підприємств пов'язане з розвитком технологій буріння і

освоєння свердловин. Особливе значення для розв'язання властивих цим роботам питань має удосконалення прострільно-підричних методів відкриття продуктивних пластів-колекторів, підвищення їх віддачі, попередження чи ліквідація аварій у свердловинах. Оскільки прострільно-підричні роботи (ППР) супроводжуються впливом високих динамічних навантажень на складні конструкції (обсадна колона-цементний камінь), задача теоретичного моделювання швидкоплинних динамічних процесів у таких системах і визначення їх напружено-деформованого стану є вельми актуальною.

Під час дії нестационарних динамічних навантажень, що швидко змінюються в часі, на деформівні тіла ініціюються хвильові процеси з фронтами, в яких функції переміщень відрізняються суттєвими градієнтами. Ці градієнти різко ускладнюють задачу досліджень динамічного деформування пружних тіл, оскільки призводять до погіршення збіжності аналітичних обчислень у зонах, прилеглих до хвильових фронтів. У зв'язку з цим для розв'язання подібних задач все частіше застосовуються чисельні методи, ефективність яких значно зростає завдяки застосуванню потужних комп'ютерів.

Поставимо задачу про комп'ютерне моделювання динаміки двошарової циліндричної труби під дією внутрішнього ударного поля тиску, прикладеного до її внутрішньої поверхні (рис. 1). Вважатимемо, що тиск прикладається на ділянці великої довжини вздовж твірної і тому задачу можна формулювати у плоскій постановці, виділяючи для розрахунку ділянку труби одиничної довжини.

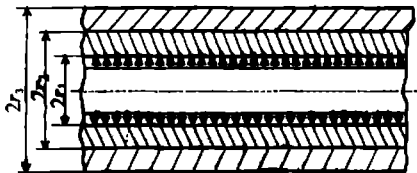


Рис. 1. Схема двошарової трубчастої конструкції

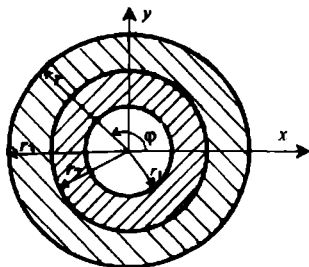


Рис. 2. Поперечний переріз трубчастої конструкції

У поперечному перерізі (рис. 2) труба являє собою два пружних кільця, неперервно скріплені по поверхні контакту. Поверхня зовнішньої труби (цементного каменю) радіусом $r = r_2$ вільна; до поверхні внутрішньої (обсадної) труби радіусом $r = r_1$ раптово прикладається рівномірний розподілений тиск $P_n(t)$, величина якого постійна або спадає в часі за експоненціальним законом (рис. 3):

$$P_n(t) = P e^{-ct}, \quad (1)$$

де P — амплітуда тиску; c — швидкість спадання тиску в часі t .

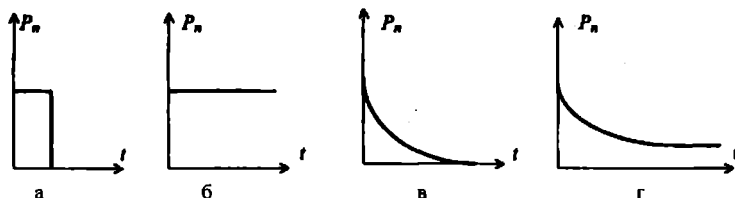


Рис. 3. Типи діючих динамічних напружень

Поставимо задачу про дослідження напружено-деформованого стану трубчастої системи, викликаного прикладеним навантаженням. Випишемо рівняння динамічної рівноваги пружного елемента у циліндричній системі координат [1, 2]:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} &= \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r}; \\ \rho \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial t^2} &= \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r}; \\ \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} &= \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r}, \end{aligned} \quad (2)$$

де ρ – щільність матеріалу; r, θ, z – циліндрична система координат; u_r, u_θ, u_z – компоненти вектора переміщень елемента середовища у відповідних напрямках; $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z, \tau_{r\theta}, \tau_{rz}, \tau_{\theta z}$ – складові тензора напружень, що обчислюються за формулами

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \lambda \Delta + 2G \epsilon_r, & \tau_{rz} &= G \gamma_{rz}, \\ \sigma_\theta &= \lambda \Delta + 2G \epsilon_\theta, & \tau_{r\theta} &= G \gamma_{r\theta}, \\ \sigma_z &= \lambda \Delta + 2G \epsilon_z, & \tau_{\theta z} &= G \gamma_{\theta z}, \end{aligned} \quad (3)$$

де ϵ – деформація; λ, G – параметри Ляме, Δ – інваріант тензора деформації.

Компоненти тензора деформації, які входять у (3), обчислюються через складові переміщень:

$$\begin{aligned} \epsilon_r &= \frac{\partial u_r}{\partial r}, & \epsilon_\theta &= \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}, & \epsilon_z &= \frac{\partial u_z}{\partial z}, \\ \gamma_{r\theta} &= \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta}, & \gamma_{rz} &= \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r}, \\ \gamma_{\theta z} &= \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial z}, & \Delta &= \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z}. \end{aligned} \quad (4)$$

Підставивши (3) і (4) у (2), одержимо

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} &= (\lambda + 2G) \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) - \frac{G}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r u_\theta) - \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right] + G \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial r} \right), \\ \rho \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial t^2} &= (\lambda + 2G) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) - G \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} - \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \right) + G \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right], \\ \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} &= (\lambda + 2G) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) - \frac{G}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_r}{\partial z} - r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + G \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} - \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Оскільки вважається, що прикладене динамічне навантаження є осесиметричним і незмінним вздовж координати z , вважатимемо, що

$$u_\theta = u_z = 0$$

і що переміщення u_r не залежить від θ і z . Тоді два останніх рівняння з (5) перетворюються у тотожність, а перше рівняння набере вигляду

$$\rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} = (\lambda + 2G) \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} \right).$$

Перепишемо це рівняння у вигляді

$$\frac{\rho}{\lambda + 2G} \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2}. \quad (6)$$

Відмітимо, що рівняння (6) записується окремо для першої (внутрішньої) і другої (зовнішньої) труб, при цьому для першої і другої труби приймається, відповідно, $\rho = \rho_1$, $\lambda = \lambda_1$, $G = G_1$ і $\rho = \rho_2$, $\lambda = \lambda_2$, $G = G_2$.

Для першої труби рівняння (6) повинно бути проінтегровано у межах $r_1 \leq r \leq r_2$, для другої труби ці межі становлять $r_2 \leq r \leq r_3$. Рівняння вигляду (6) доповнюються відповідними початковими і граничними умовами. Приймемо, що у початковий момент часу ($t = 0$) переміщення елементів обох труб дорівнюють нулеві, тобто обидві труби знаходяться у стані спокою. Тоді для обох труб маємо початкові умови

$$u_r|_{t=0} = 0; \quad \frac{\partial u_r}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0, \quad (r_1 \leq r \leq r_2) \text{ і } (r_2 \leq r \leq r_3). \quad (7)$$

Випишемо також граничні умови:
для першої труби

$$\sigma_r(t) \Big|_{r=r_1} = P_n(t); \quad (8)$$

для другої труби

$$\sigma_r(t) \Big|_{r=r_3} = 0. \quad (9)$$

Найпоширеніші типи функцій $P_n(t)$ наведені на рис. 3; більш складні типи цих залежностей розглядаються в [3].

На поверхні контакту $r = r_2$ приймаємо, що переміщення контактуючих труб неперервні, тому

$$u_{r,1}(t)|_{r=r_2} = u_{r,2}(t)|_{r=r_2}. \quad (10)$$

Таким чином, система рівнянь (6)–(10) повністю описує задачу про динамічну поведінку двох труб під дією тиску (1), прикладеного до поверхні усередині першої труби. Інтегрування цієї системи аналітичними методами утруднене, оскільки досліджуваний розв'язок має форму ударної хвилі і повинен будуватись у класі розривних функцій. Тому для побудови шуканого розв'язку залучатимемо чисельні методи.

Для побудови розв'язку використаємо явну тришарову скінченно-різницевою схему [4]. Запишемо для кожної з труб рівняння (6) у деякий момент часу t :

$$\frac{\rho}{\lambda + 2G} \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} \Big|_t = \left(\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} \right) \Big|_t. \quad (11)$$

Спростимо позначення $u_r = u$ і замінимо другу похідну $\partial^2 u / \partial r^2$ її скінченно-різницевою аналогом

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \Big|_t = \frac{1}{\Delta t^2} (u_{t-\Delta t} - 2u_t + u_{t+\Delta t}). \quad (12)$$

Тут Δt – крок чисельного інтегрування по часу t : $u_{t-\Delta t}$, u_t , $u_{t+\Delta t}$ – значення функції у момент часу $t - \Delta t$, t , $t + \Delta t$. Підставимо (12) у ліву частину рівняння (11) і отримаємо

$$\frac{\rho}{\lambda + 2G} \frac{1}{\Delta t^2} (u_{t-\Delta t} - 2u_t + u_{t+\Delta t}) = \frac{\partial^2 u_t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_t}{\partial r} - \frac{u_t}{r^2}. \quad (13)$$

Вважатимемо, що стан пружної системи у моменти часу $t - \Delta t$, t відомий і функції $u_{t-\Delta t}$, u_t задані. Тоді з допомогою (13) можна визначити стан системи у момент $t + \Delta t$:

$$u_{t+\Delta t} = \frac{(\lambda + 2G) \Delta t^2}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u_t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_t}{\partial r} - \frac{u_t}{r^2} \right) + 2u_t - u_{t-\Delta t}. \quad (14)$$

Оскільки величини $u_{t-\Delta t}$, u_t , $u_{t+\Delta t}$, які входять до виразу (14), є функціями змінної r

$$u_{t-\Delta t} = u_{t-\Delta t}(r), \quad u_t = u_t(r), \quad u_{t+\Delta t} = u_{t+\Delta t}(r) \quad (15)$$

і для вибраного навантаження $P_i(t)$ вони не можуть бути визначені в аналітичній формі, задаватимемо їх чисельно у ряді точок $r = r_i$ ($i = 1, \bar{N}$), розташованих уздовж координатної прямої r з постійним кроком Δr (рис. 4). Тоді у правій частині (14) похідні $\partial^2 u_t / \partial r^2$, $\partial u_t / \partial r$ можна замінити скінченними різницями:

$$\frac{\partial^2 u_t}{\partial r^2} = \frac{u_{t,r-\Delta r} - 2u_{t,r} + u_{t,r+\Delta r}}{\Delta r^2}, \quad \frac{\partial u_t}{\partial r} = \frac{u_{t,r-\Delta r} - u_{t,r+\Delta r}}{2\Delta r}. \quad (16)$$

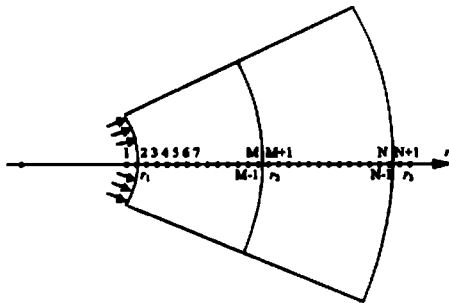


Рис. 4. Схема чисельної дискретизації

У підсумку отримаємо

$$u_{i+\Delta r, r} = \frac{(\lambda + 2G)\Delta t^2}{\rho} \left(\frac{u_{i, r-\Delta r} - 2u_{i, r} + u_{i, r+\Delta r}}{\Delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{u_{i, r+\Delta r} - u_{i, r-\Delta r}}{2\Delta r} - \frac{u_{i, r}}{r^2} \right) + 2u_{i, r} - u_{i-\Delta r, r}. \quad (17)$$

Рівність (17) застосовується для обчислення значень $U_{i+\Delta r, r}$ в області $r_1 \leq r \leq r_3$. Проте при обчисленні значень $u_{i+\Delta r, r_1}$ і $u_{i+\Delta r, r_2}$ на межах $r = r_1$ і $r = r_3$ розглянутої області виникає необхідність задати значення $u_{i, r_1-\Delta r}$, $u_{i, r_3+\Delta r}$ у законтурних точках. Вони визначаються, виходячи з граничних умов на межах $r = r_1$ і $r = r_3$. На поверхні $r = r_1$ задано тиск $P_n(t)$, тому

$$\sigma_r(r_1, t) = P_n(t), \quad (18)$$

або у розгорнутій формі

$$(\lambda + 2G) \frac{\partial u}{\partial r} + \lambda \frac{u}{r} = P_n(t). \quad (19)$$

Розписавши рівність (18) у різницевій формі, отримаємо

$$(\lambda + 2G) \frac{u_{i,2} - u_{i,1}}{2\Delta r} + \frac{\lambda}{r_1} u_{i,2} = P_n(t). \quad (20)$$

На краю $r = r_3$ нормальні напруження σ_r дорівнюють нулю, тому (рис. 3)

$$(\lambda + 2G) \frac{u_{i,N+1} - u_{i,N-1}}{2\Delta r} + \frac{\lambda}{r_3} u_{i,N} = 0. \quad (21)$$

На поверхні контакту труб $r = r_2$ умови сполучення розв'язку мають вигляд

$$u_r = u_{r-}, \quad \sigma_r = \sigma_{r-}. \quad (22)$$

Тут знак мінус ідентифікує першу трубу, знак плюс – другу.
Після різницевої дискретизації умови (22) набирають форми

$$u_{l,-} = u_{l,+}; \quad (\lambda + 2G) \frac{u_{l,M} - u_{l,M-1}}{\Delta r} + \frac{\lambda}{r} u_{l,M} = (\lambda + 2G) \frac{u_{l,M+1} - u_{l,M}}{\Delta r} + \frac{\lambda}{r_2} u_{l,M}. \quad (23)$$

До граничних умов (20), (21), (23) додаються початкові умови. Прийmemo, що у початковий момент часу при $t = 0$ елементи труб нерухомі і не мають початкових зміщень. Тоді $u(0) = 0$, $\partial u(0)/\partial t = 0$ або у дискретній формі

$$u_{r,0} = 0, \quad u_{r,N} - u_{r,-\Delta r} = 0. \quad (24)$$

Система рівнянь динаміки (17) разом з граничними умовами (20), (21), (23) і початковими умовами (24) повністю визначає динамічний процес, що розглядається у двохшаровій трубчастій конструкції під дією динамічного навантаження $P_n(t)$ заданого типу. Розв'язання цієї системи здійснюється з допомогою персональних комп'ютерів.

1. Гольдсмит В. Удар. Теория и физические свойства соударяемых тел. – М.: Госстройиздат, 1965. – 448 с.

2. Седов Л. И. Механика сплошной среды. – Т. 1, Т. 2. – М.: Наука, 1973. – 536 с., 584 с.

3. Баум Ф. А., Орленко Л. П., Станюкович Г. П. и др. Физика взрыва. – М.: Наука, 1973. – 703 с.

4. Бате К., Висон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. – М.: Стройиздат, 1982. – 447 с.

УДК 624.131.23.

ОБГРУНТУВАННЯ ОСНОВНИХ ПОЛОЖЕНЬ МЕТОДИКИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ КОНСОЛІДАЦІЇ ВОДОНАСИЧЕНОГО ГРУНТУ ПРИ ДІЇ ВИБУХУ В НЬОМУ

*П. П. Бондар, канд. техн. наук (ТОВ "Ірша-Граніт"),
А. І. Лучко, студ. (НТУУ "КПІ")*

Обоснован метод моделирования послевзрывной консолидации водонасыщенных грунтов, заключающийся в изготовлении геометрически подобной модели из грунтов натуры, помещении ее в герметическую камеру и нагружении избыточным давлением воздуха, определяемым из соотношений подобия. Максимальная погрешность метода не превышает 20 %, что является вполне приемлемым при исследовании такого сложного явления.

Із аналізу праць [1–3] та ряду інших джерел випливає, що розв'язання проблеми післявибухової консолидації водонасичених ґрунтів можливе тільки