

Ети питання знаходяться на початковій стадії вивчення і повинні стати предметом подальших досліджень.

Висновки

По мірі збільшення глибини розробки вугільних родовищ кількість і енергетика горних ударів зростає, зазвичай набуваючи катастрофічний характер, що вимагає внесення корективів в технологію ведення підготовчих і очистних робіт і здійснення комплексу заходів по локалізації або зниженню інтенсивності сейсмічного впливу на фундаменти будівель і споруджень на поверхні. С зростанням динамічних параметрів впливу транспортних засобів на дорожні магістри необхідно враховувати фактор вібраційних навантажень на ґрунт у основанні фундаментів і на оползнео небезпечних горних схилах, особливо при підвищеній вологості ґрунтів.

1. *Сейсмічне діяння вибуху в горних породах* / А. А. Кузьменко, В. Д. Вороб'єв, І. І. Денісюк, А. А. Дауєтас. – М.: Недра, 1990. – 173 с.

2. *Тимофєєва Л. М., Тимофєєв М. Р., Гольдштейн В. М.* О динамічних впливах рухомого складу на стійкість водонасичених основань тунельних обделок метрополитенів // Сб. матер. міжнародної конференції «Проблеми і перспективи освоєння підземного простору великих міст». – Дніпропетровськ, 1997. – С. 52–56.

3. *Резніков О. М., Поздняков В. Д.* Еластичний динамічний модуль слабких ґрунтів // В сб. тезисів ІV Всесоюзної конференції «Динаміка основань, фундаментів і підземних споруджень». – Ленінград, 1985. – С. 262–263.

УДК 622.235.2

ПРО ДОДАТКОВІ РУЙНУВАННЯ НА МЕЖІ ПОДІЛУ СЕРЕДОВИЩ ЗА РАХУНОК ЕФЕКТУ ПОВНОГО ВНУТРІШНЬОГО ВІДБИТТЯ ХВИЛЬ

Л. О. Мітюк, канд. техн. наук (ННДІОП)

С допомогою алгоритма, заснованого на використанні лучового методу, досліджується ефект повного внутрішнього відбиття подовжніх хвиль на межі розділу еластичних серед. Показано, що при збіганні швидкості поширення хвиль в одній середі і швидкості еластичних хвиль в другій середі на межі розділу серед стремлять до нескінченності, що може викликати додаткові руйнування.

Задача про взаємодію ударних хвиль на межі поділу еластичних і рідких середовищ виникає не тільки в практиці проведення підземних робіт на

річкових і морських акваторіях, але й на суші, коли один з шарів являє собою матеріал, нездатний сприймати дотичні напруження (розкритвині породи, глина, пісок тощо). Для опису таких матеріалів використовується математична модель рідини. Рівняння руху пружних шаруватих середовищ наведено в праці [1]. Взаємодію ударної хвилі з площиною на межі поділу, коли хвиля, що поширюється у сипкому (рідкому) середовищі, падає на межу з пружним середовищем, можна описати такою системою рівнянь:

$$\begin{aligned} \alpha_1 \rho_1 \sin \theta_1 \cos \theta_1 \dot{u}_{1+} + \alpha_2 \rho_2 \sin \theta_2 \cos \theta_2 \dot{u}_{2+} - \beta_2 \rho_2 \cos^2 \psi_2 \dot{v}_{2+} &= \alpha_1 \rho_1 \sin \theta_1 \cos \theta_1 \dot{u}_{1-}; \\ \alpha_1 \rho_1 \cos^2 \theta_1 \dot{u}_{1+} + \alpha_2 \rho_2 \cos^2 \theta_2 \dot{u}_{2+} - \beta_2 \rho_2 \sin \psi_2 \cos^2 \psi_2 \dot{v}_{2+} &= -\alpha_1 \rho_1 \cos^2 \theta_1 \dot{u}_{1-}; \\ \cos^2 \theta_1 \dot{u}_{1+} + \cos \theta_2 \dot{u}_{2+} + \sin \psi_2 \dot{v}_{2+} &= \cos \theta_1 \dot{u}_{1-}, \end{aligned} \quad (1)$$

де α , β – відповідно швидкості поширення хвиль стиску (P) і зсуву (S); ρ_1 , ρ_2 – щільність відповідних середовищ; θ , χ – кути поширення хвиль P і S ; індекси 1 і 2 ідентифікують перше і друге середовище; знаками “-” і “+” позначені параметри хвиль до і після їх взаємодії; \dot{U} , \dot{v} – швидкість переміщення елемента вздовж променя і перпендикулярно променю.

У геометричній оптиці відомий ефект повного внутрішнього відбиття, пов’язаний з особливістю заломлення світла при його проходженні через межу поділу двох однорідних ізотропних прозорих середовищ з різними показниками заломлення n_1 і n_2 . Як випливає з закону Снелліуса, для заломленого світлового променя, що падає під кутом φ і заломлюється під кутом χ , має місце співвідношення $n_1 \sin \varphi = n_2 \sin \chi$. У випадку $n_1 > n_2$ з цього співвідношення випливає, що $\chi = \arcsin \left(\frac{n_1}{n_2} \sin \varphi \right)$ і при деякому значенні φ вираз у дужках

дорівнює одиниці, а з подальшим збільшенням φ стає більшим від одиниці. Оскільки \arcsin аргументу, більшого за одиницю, не існує, заломлення світла в даному випадку відсутнє. Вся енергія, принесена на межу падаючою світловою хвилею, виводиться відбитою хвилею, і в друге середовище світлові промені не проникають. Це явище називається ефектом повного внутрішнього відбиття.

Аналогічний ефект має місце і в хвильових процесах, що протікають на межах поділу пружних середовищ, але в цьому випадку всі явища виявляються набагато складнішими.

Нехай ударна хвиля P_{1-} , поширюючись у середовищі 1, падає під кутом θ_1 на площину G поділу пружних середовищ. На відміну від геометричної оптики, в результаті взаємодії хвилі з цією площиною, крім інших хвиль, утворяться ударні поздовжні хвилі – відбита P_{1-} і заломлена P_{2+} , які поширюються відповідно у середовищах 1 і 2. Значення кута заломлення θ_{2+} можна знайти, користуючись законом Снелліуса для пружних середовищ у формі

$$\frac{\sin \theta_{1-}}{\alpha_1} = \frac{\sin \theta_{1+}}{\alpha_1} = \frac{\sin \theta_{2+}}{\alpha_2} = \frac{\sin \psi_{1-}}{\beta_1} = \frac{\sin \psi_{2+}}{\beta_2},$$

вибравши з нього рівність

$$\frac{\sin\theta_{1-}}{\alpha_1} = \frac{\sin\theta_{2+}}{\alpha_2}, \quad (2)$$

$$\text{звідки} \quad \sin\theta_{2+} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \sin\theta_{1-}.$$

Якщо $\alpha_2 > \alpha_1$, то при деякому $\theta_{1-} = \arcsin \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \sin\theta_{2+}$ дорівнює одиниці, а

при подальшому збільшенні θ_{1-} повинен стати більшим за одиницю. Але оскільки функція $\sin\theta_{2+}$ не може бути більшою за одиницю, то значення

$\theta_{1-} = \arcsin \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$ є граничним, при якому $\sin\theta_{2+} = 1$, $\theta_{2+} = \pi/2$ і взаємодія хвилі P_1

з площиною G відбувається за описаною вище схемою. При $\theta_{1-} > \arcsin \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$

заломлення променів прониклої хвилі P_{2+} не відбувається, оскільки кут θ_{2+}

повинен перевищувати $\pi/2$, а це неможливо. Однак точка, в якій $\theta_{1-} = \arcsin \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$,

$\sin\theta_{2+} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \sin\left(\arcsin \frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right) = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 1$ і $\theta_{2+} = \pi/2$, не є у повному розумінні

точкою повного внутрішнього відбиття. В пружному середовищі продовжує існувати заломлена поперечна хвиля S_{2+} , швидкість β_2 якої менша за швидкість α_2 , тому не вся енергія падаючої хвилі P_1 відбивається від поверхні G . У зв'язку з цим описаний ефект називатимемо «повне внутрішнє відбиття» умовно, виділяючи його лапками.

Ще одна особливість взаємодії падаючої, відбитої і заломленої хвиль у точці сполучення H їх кореневих ліній на поверхні G при наближенні до точки «повного внутрішнього відбиття» полягає в тому, що в цій точці швидкість v , що є, по суті, швидкістю руху збурення по межі G другого середовища, збігається зі швидкістю поширення α_2 хвилі P_2 у цьому середовищі. Як відомо, такі випадки у хвильовій механіці є критичними, оскільки вони супроводжуються нескінченним зростанням амплітуди збуджуваної хвилі.

Очікується, що необмежене збільшення величини деформацій (і напружень) у точці «повного внутрішнього відбиття» матиме місце і в нашому випадку.

Для перевірки цього припущення розв'яжемо задачу про взаємодію ударної хвилі, ініційованої у воді, із поверхнею оргскла. Оскільки швидкість поширення α_2 хвилі P в оргсклі вища за швидкість α_1 акустичної хвилі у воді, на поверхні оргскла виникає ефект «повного внутрішнього відбиття». З урахуванням умов проведення експерименту [2] були обрані такі механічні параметри середовищ. Для води: густина $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$, акустична швидкість $\alpha_1 = 1,5 \cdot 10^3 \text{ м/с}$. Для оргскла: модуль пружності $E_2 = 4,595 \cdot 10^9 \text{ Па}$, коефіцієнт Пуассона $\nu_2 = 0,35$, швидкість хвилі P $\alpha_2 = 2,5 \cdot 10^3 \text{ м/с}$, швидкість хвилі S $\beta_2 = 1,2 \cdot 10^3 \text{ м/с}$. Прийнято, що осередок вибуху знаходиться у воді на відстані

$h = 0,3$ м від поверхні G поділу середовищ. Потужність вибуху така, що напруження на фронті падаючої сферичної хвилі в момент її підходу до поверхні G становить $\sigma_1 = 1 \cdot 10^6$ Па. В тіло оргскла проникають поздовжня (P_{2z}) і поперечна (S_{2x}) хвилі і вздовж поверхні G переміщається точка H , у якій сходяться кореневі перерізи падаючої, відбитої і заломленої хвилі. Граничне значення кута падіння θ_{1-}^* , при якому точка H перестає існувати і виникає явище «повного внутрішнього відбиття», дорівнює

$$\theta_{1-} = \arcsin \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 36,6^\circ.$$

Для визначення напружень на фронтах усіх хвиль спочатку за допомогою співвідношень (1), (2) обчислювалися значення швидкості частинок води та оргскла в кореновому перерізі, а потім на базі цих величин обчислювалися деформації ϵ_x, ϵ_y і напруження σ_x, σ_y .

На рис. 1 і 2 показано функції деформацій ϵ_x і ϵ_y на поверхні оргскла в точках коренових перерізів хвиль у міру руху коренового перерізу вздовж осі x . Можна помітити, що при наближенні коренового перерізу до точки «повного внутрішнього відбиття» ϵ_x (і σ_x), прямує до нескінченності, що може викликати додаткові руйнування на межі поділу середовищ.

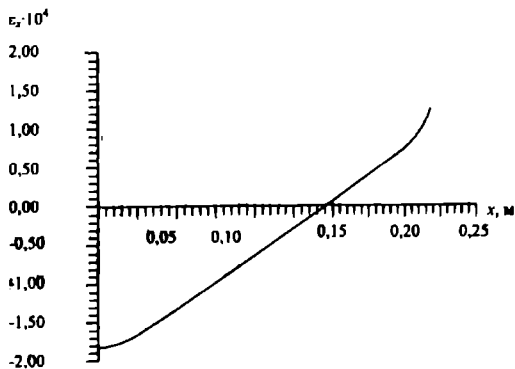


Рис. 1. Функція ϵ_x на поверхні оргскла в точках коренових перерізів

Математично це пов'язане з тим, що визначник системи (1), (2) рівнянь контакту при $\theta_{1-}^* = 36,6^\circ$ обертається в нуль, а розв'язки цієї системи приймають нескінченні значення.

З точки зору механіки перетворення ϵ_x і σ_x у нескінченність можна трактувати так: швидкість руху коренової точки H по осі x залежить від значень x . При $x = 0$ вона нескінченно велика, а при $x = h \cdot \operatorname{tg} \theta_{1-}^*$ дорівнює швидкості α_2 хвилі P в оргсклі. Оскільки швидкість збурення дорівнює швидкості хвилі, що поширюється, виникає критичний випадок і напруження прямує до нескінченності.

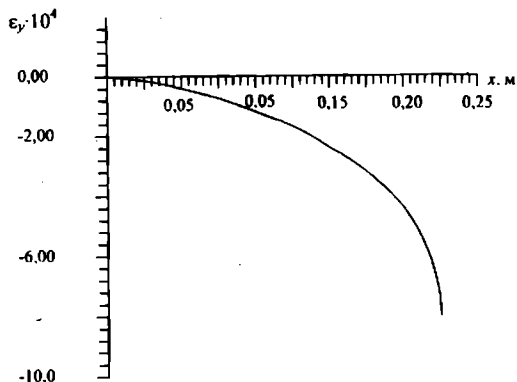


Рис. 2. Функція ϵ_y на поверхні оргскла в точках кореневих перерізів

Відзначимо, що в реальних середовищах, завдяки прояву властивостей дисперсії, внутрішнього тертя і пластичності порід, нескінченні значення напружень не досягаються. Проте тенденція до різкого збільшення їх значень у цих точках зберігається, що підтверджується експериментами. Такі явища необхідно враховувати при розробці проектів буропідричних робіт у шаруватих середовищах. Особливо це стосується ведення розкривних робіт за допомогою вибуху, коли необхідно зводити до мінімуму втрати цінної сировини.

1. *Взрывные волны в слоисто-неоднородных массивах* / К. Н. Ткачук, В. И. Гуляев, П. З. Луговой, Г. М. Иванченко, Л. А. Митюк // Разраб. рудн. месторождений. – Кривой Рог: КТУ. – 1996. – Вып. 59. – С. 41–46.

2. *Митюк Л. А. Экспериментальные исследования распространения ударных волн в слоистых средах* // Разраб. рудн. месторождений. – Кривой Рог: КТУ. – 1998. – Вып. 62. – С. 67–73.