

ФІЗИЧНІ ПРОЦЕСИ ГІРНИЧОГО ВИРОБНИЦТВА

УДК 622.245+539.3

ДИНАМІКА СИСТЕМИ ОБСАДНА ТРУБА–ЦЕМЕНТНЕ КІЛЬЦЕ ПРИ ДІЇ ВНУТРІШНЬОГО ІМПУЛЬСУ ТИСКУ

М. О. Лисюк, канд. техн. наук (ННДІОП)

С целью предупреждения возникновения возможных аварийных ситуаций на скважинах в процессе взрыво-прострелочных работ они предварительно оцениваются путем численного исследования динамического поведения конструкции обсаженной скважины как многослойной трубчатой системы. Исследование выполнено на основе моделирования реальных взрывных процессов действием осесимметричного давления, мгновенно приложенного к внутренней поверхности обсадной трубы.

Одним із свердловинних способів підвищення віддачі продуктивних пластів-колекторів є їх розкриття з допомогою прострільно-підривних методів. У зв'язку з тим, що реалізація таких робіт супроводжується складними швидкоплинними процесами виділення і перетворення енергії вибуху в умовах поширення детонаційних хвиль, досить важливими стають задачі попереднього комп'ютерного моделювання з метою запобігання можливому руйнуванню конструкції свердловини.

У праці [1] поставлено задачу чисельного дослідження динаміки двошарової циліндричної труби (рис. 1), яка моделює систему обсадна труба–цементне кільце під дією вісесиметричного тиску, раптово прикладеного до внутрішньої поверхні труби. Розглянуто різні випадки зміни тиску в часі, що моделюють реальні вибухові процеси [2, 3].

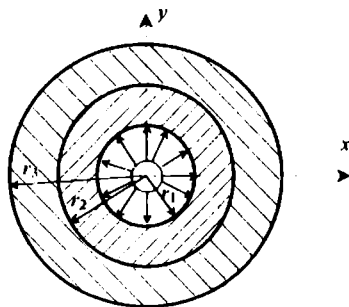


Рис. 1. Система обсадна труба–цементне кільце

Вважаємо, що тиск прикладається на деякій ділянці конструкції, розмір якої вздовж осі свердловини набагато більший від товщини шарів обсадженої свердловини. Таке припущення дозволяє прийняти, що в межах цієї ділянки є переріз, у якому напружено-деформований стан труби плоский, і розрахунки проводити в цьому перерізі.

Розглянемо випадок, коли зовнішня поверхня радіуса $r = r_2$ зовнішньої труби (цементного каменю) вільна; до поверхні радіуса $r = r_1$ внутрішньої (обсадної) труби раптово прикладається рівномірно розподілений тиск $P_n(t)$, величина якого залишається постійною:

$$P_n(t) = P\eta(t), \quad (1)$$

де P – множник, що визначає величину тиску; $\eta(t)$ – функція Хевісайда, що описує стрибкоподібну зміну величини тиску в часі.

За таких допущень труба буде коливатися тільки у радіальному напрямку.

Випишемо рівняння руху пружного елемента труби у циліндричній системі координат [4, 5]:

$$\rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r}, \quad (2)$$

де r, θ, z – циліндрична система координат; u_r – радіальна компонента вектора переміщень елемента середовища; σ_r, σ_θ – складові тензора напружень, що обчислюються за формулами

$$\sigma_r = \lambda \Delta + 2G \epsilon_r; \quad \sigma_\theta = \lambda \Delta + 2G \epsilon_\theta, \quad (3)$$

де λ, G – параметри Ляме; Δ – інваріант тензора деформації.

Компоненти тензора деформації, що входять у (3), обчислюються через складові переміщень:

$$\epsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r}; \quad \epsilon_\theta = \frac{u_r}{r}. \quad (4)$$

Після підстановки (3) і (4) у (2) одержимо рівняння пружних коливань елементів у трубах у радіальному напрямку:

$$\rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} = (\lambda + 2G) \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} \right). \quad (5)$$

При чисельних розрахунках зручніше використати це рівняння у вигляді

$$\frac{\rho}{\lambda + 2G} \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2}. \quad (6)$$

Оскільки рівняння (6) записується окремо для першої (внутрішньої) і другої (зовнішньої) труб, то для першої і другої труб приймається відповідно $\rho = \rho_1, \lambda = \lambda_1, G = G_1$ і $\rho = \rho_2, \lambda = \lambda_2, G = G_2$.

Для першої труби рівняння (6) повинно бути проінтегровано в межах $r_1 \leq r \leq r_2$; для другої труби ці межі становлять $r_2 \leq r \leq r_3$. Рівняння вигляду (6) доповнюються відповідними початковими і граничними умовами. Прийmemo, що у початковий момент часу ($t = 0$) переміщення елементів обох труб дорівнюють нулеві і обидві труби знаходяться в стані спокою. Початкові умови для кожної з цих труб мають вигляд

$$u_r |_{t=0} = 0; \quad \frac{\partial u_r}{\partial t} |_{t=0} = 0, \quad (r_1 \leq r \leq r_2) \text{ і } (r_2 \leq r \leq r_3). \quad (7)$$

Граничні умови для першої труби витікають з умови задання внутрішнього тиску

$$\sigma_r(t)_{r=r_1} = P_n(t); \quad (8)$$

за умови відсутності зовнішніх сил на зовнішній поверхні другої труби приймається рівність

$$\sigma_r(t)_{r=r_3} = 0. \quad (9)$$

На поверхні контакту $r = r_2$ приймаємо, що переміщення контактуючих труб неперервні і дорівнюють одне одному:

$$u_{r,1}(t) |_{r=r_2} = u_{r,2}(t) |_{r=r_2}. \quad (10)$$

Таким чином, система рівнянь (6)–(10) повністю описує динамічну поведінку двох труб під дією тиску (1), прикладеного до внутрішньої поверхні першої труби.

Для побудови шуканого рішення залучимо явну тришарову скінченно-різницьову схему [6]. Запишемо для кожної з труб рівняння (6) у деякий момент часу t [1]:

$$u_{i+\Delta r} = \frac{(\lambda + 2G)\Delta t^2}{\rho} \left(\frac{u_{i,r-\Delta r} - 2u_{i,r} + u_{i,r+\Delta r}}{\Delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{u_{i,r+\Delta r} - u_{i,r-\Delta r}}{2\Delta r} - \frac{u_{i,r}}{r^2} \right) + 2u_{i,r} - u_{i-\Delta r}, \quad (11)$$

де Δt , Δr – кроки чисельного інтегрування по t і r ; $u_{i,r}$ – значення радіального переміщення в точці радіуса r в момент часу t .

Рівність (11) застосовується для обчислення значень $u_{i+\Delta r}$ в області значень $r_1 \leq r \leq r_3$. Проте при обчисленні значень $u_{i+\Delta r,1}$ і $u_{i+\Delta r,2}$ на межах $r = r_1$ і $r = r_3$ розглянутої області виникає необхідність задати значення $u_{i,1-\Delta r}$, $u_{i,3-\Delta r}$ у законтурних точках. Вони визначаються виходячи з граничних умов на межах $r = r_1$ і $r = r_3$. На поверхні $r = r_1$ задано тиск $P_n(t)$, тому рівняння (8) набуде вигляду

$$(\lambda + 2G) \frac{\partial u}{\partial r} + \lambda \frac{u}{r} = P_n(t). \quad (12)$$

Розписуючи рівність (12) у різницьовій формі, отримаємо

$$(\lambda + 2G) \frac{u_{i,3} - u_{i,1}}{2\Delta r} + \frac{\lambda}{r_1} u_{i,2} = P_n(t). \quad (13)$$

На межі $r = r_3$ нормальні напруження σ_r дорівнюють нулю, тому

$$(\lambda + 2G) \frac{u_{i,N+1} - u_{i,N-1}}{2\Delta\Delta} + \frac{\lambda}{r_3} u_{i,N} = 0. \quad (14)$$

Умови сполучення розв'язку на поверхні контакту труб $r = r_2$ мають вигляд

$$u_i = u_{r+}, \sigma_r = \sigma_{r+}. \quad (15)$$

Тут знак мінус ідентифікує першу трубу, знак плюс – другу.

Після кінцевої дискретизації умови (15) набирають форми:

$$u_{i,r} = u_{i,r+}; (\lambda + 2G) \frac{u_{i,M+1} - u_{i,M-1}}{\Delta r} + \frac{\lambda}{r} u_{i,M} = (\lambda + 2G) \frac{u_{i,M+1} - u_{i,M-1}}{\Delta r} + \frac{\lambda}{r_2} u_{i,M}. \quad (16)$$

До граничних умов (13), (14), (16) додають початкові умови. Прийmemo, що у початковий момент часу при $t = 0$ елементи труб не мають початкових зміщень і нерухомі. Тоді $u(0) = 0$, $\partial u(0)/\partial t = 0$ або у дискретній формі

$$u_{r,0} = 0, u_{r,\Delta t} - u_{r,-\Delta t} = 0. \quad (17)$$

Рівняння динаміки (11) разом з граничними умовами (13), (14), (16) і початковими умовами (17) повністю визначає досліджуваний динамічний процес. Його розв'язок здійснюється з допомогою застосування персонального комп'ютера.

На основі запропонованого підходу виконано чисельне дослідження динамічної поведінки трубчастої системи (складеної труби), яка моделює обсадну колону (внутрішня труба), зв'язану з цементним каменем (зовнішня труба). Розміри труб (рис. 1): $r_1 = 0,06$ м, $r_2 = 0,075$ м, $r_3 = 0,125$ м. Значення механічних параметрів вибрано такими: $E_1 = 2,1 \cdot 10^{11}$ Па; $G_1 = 8 \cdot 10^{10}$ Па; $\rho = 7,8 \cdot 10^3$ кг/м³; $E_2 = 5,7 \cdot 10^{10}$ Па; $G_2 = 2,375 \cdot 10^{10}$ Па; $\rho = 2500$ кг/м³.

Вважалось, що до внутрішньої поверхні трубчастої системи $r = r_1$ прикладено тиск $\sigma_r = 1$ Па, який потім залишався постійним. Для зручності обчислень прийнято, що цей тиск зростає за лінійним законом у часі від нуля до кінцевого одиничного значення протягом малого відрізка часу ΔT . Таке припущення точніше відповідає реальним процесам прикладання тиску, оскільки практично неможливо прикласти тиск миттєво. При розрахунках приймалося $\Delta T = 5 \cdot 10^{-7}$ с.

Чисельне інтегрування за схемою (11) виконувалося з кроком $\Delta t = 10^{-9}$ с, який забезпечував достатню точність і стійкість процесу на всьому часовому інтервалі аналізу поведінки системи. Тривалість цього інтервалу складала $T = 10^{-3}$ с.

На рис. 2 показано графіки функції радіального переміщення $u = u_r$ вздовж радіального напрямку в межах $r_1 \leq r \leq r_3$. З рисунка видно, що на

початковому етапі часу (криві 1-3) функція $u(r)$ має вигляд хвилі з розривною похідною $\frac{\partial u}{\partial r}$ на її фронті і на межі $r = r_2$. У зв'язку з тим, що в теорії хвиль [4, 5] розриви перших похідних називаються сильними, в даному випадку має місце хвиля сильного розриву, яку інколи називають ударною.

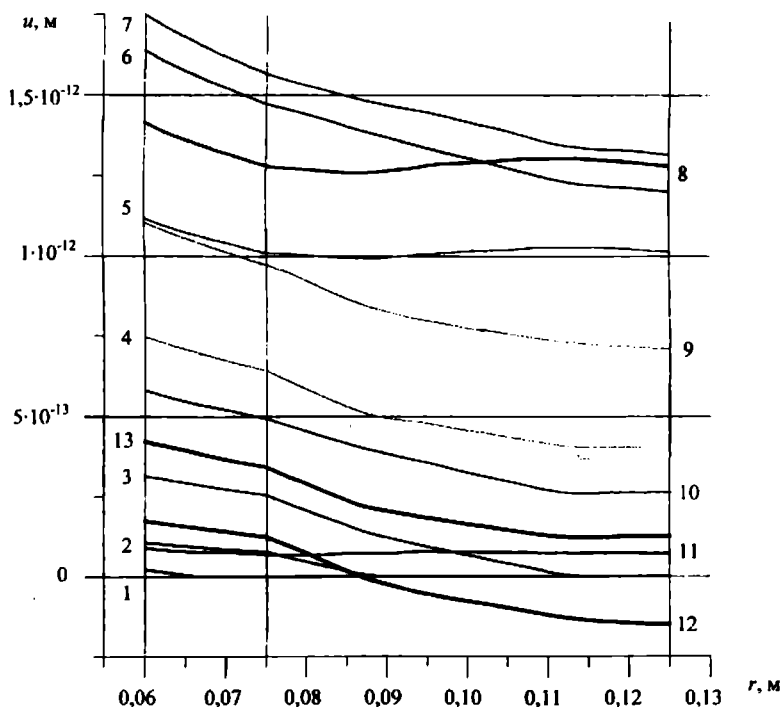


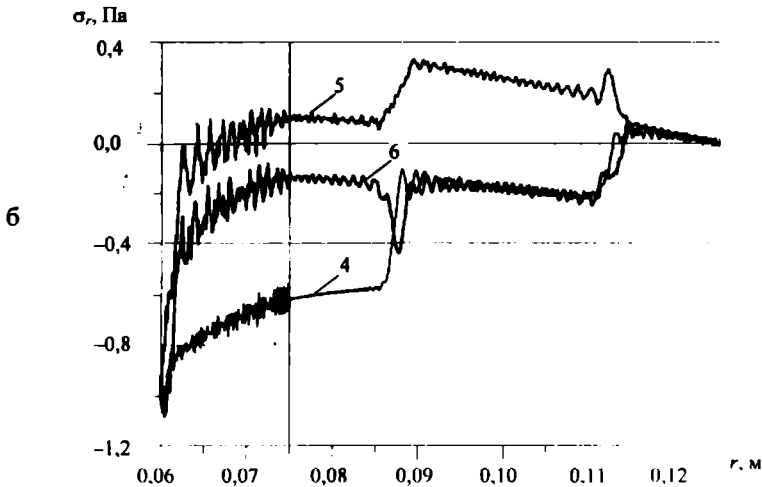
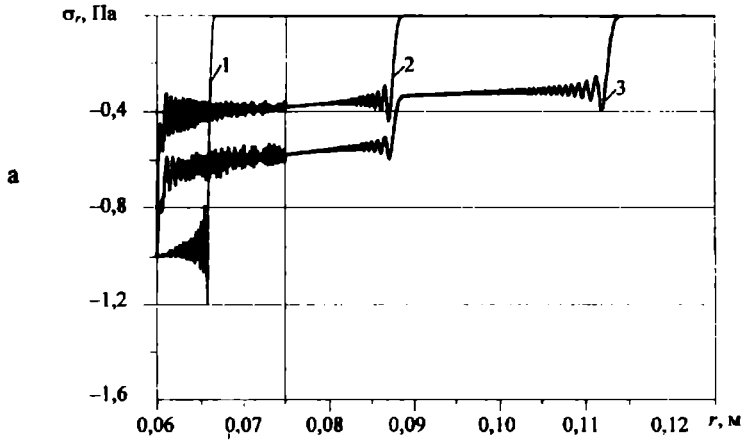
Рис. 2. Функції пружних радіальних переміщень у стінці складеної труби: 1 - $t = 10^{-6}$ с; 2 - $t = 5 \cdot 10^{-6}$ с; 3 - $t = 1 \cdot 10^{-5}$ с; 4 - $t = 2 \cdot 10^{-5}$ с; 5 - $t = 3 \cdot 10^{-5}$ с; 6 - $t = 4 \cdot 10^{-5}$ с; 7 - $t = 5 \cdot 10^{-5}$ с; 8 - $t = 6 \cdot 10^{-5}$ с; 9 - $t = 7 \cdot 10^{-5}$ с; 10 - $t = 8 \cdot 10^{-5}$ с; 11 - $t = 9 \cdot 10^{-5}$ с; 12 - $t = 1 \cdot 10^{-4}$ с; 13 - $t = 1,1 \cdot 10^{-4}$ с

Досягнувши вільної межі $r = r_3$, хвиля відбивається, і відбита частина хвилі взаємодіє з падаючою (див. рис. 2, криві 4 і далі). Після цього акти відбиття-заломлення на межах $r = r_1$, $r = r_2$, $r = r_3$ повторюються, значення розривів функцій $\frac{\partial u}{\partial r}$ згладжуються і крива $u(r)$ стає майже паралельною осі

абсцис. Проте потім характер кривої $u(r)$ знову ускладнюється (криві 12, 13).

На рис. 3 показано функції напружень $\sigma(r)$ для різних моментів часу, що відповідають часові t на рис. 2. Для їх обчислення використано перше рівняння системи (3), якому відповідає скінченно-різницеve зображення:

$$\sigma(r,t) = (\lambda + 2G) \frac{u_{i,r+\Delta r} - u_{i,r-\Delta r}}{2\Delta r} + \frac{\lambda}{r} u_{r,i}.$$



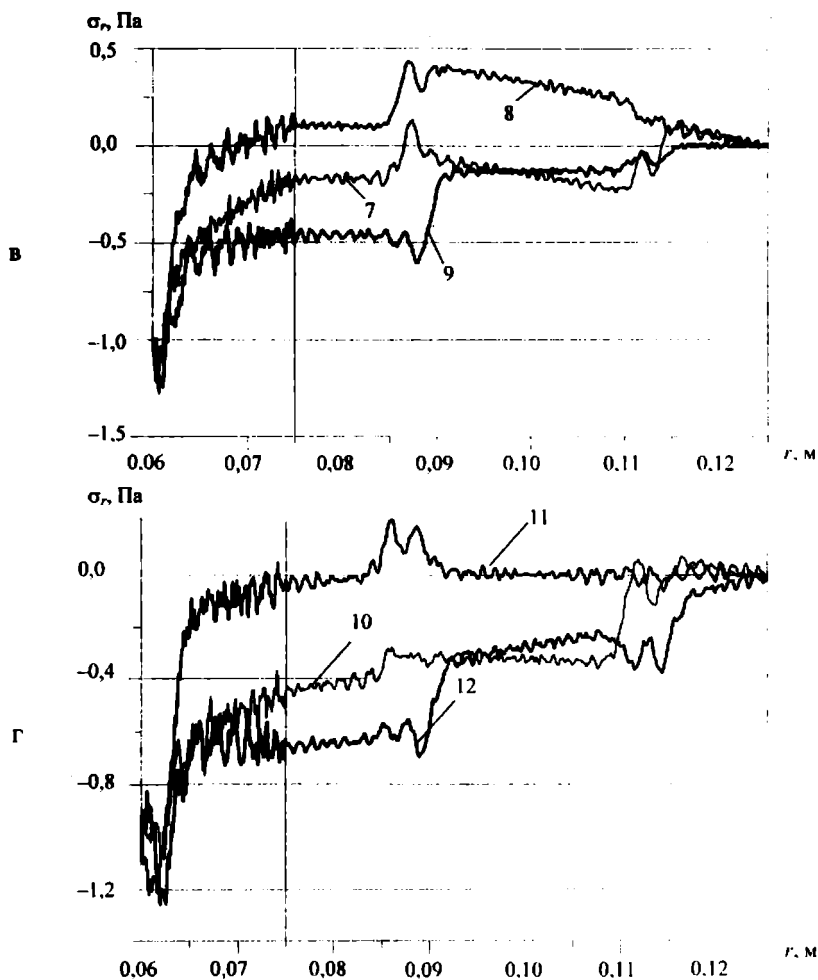
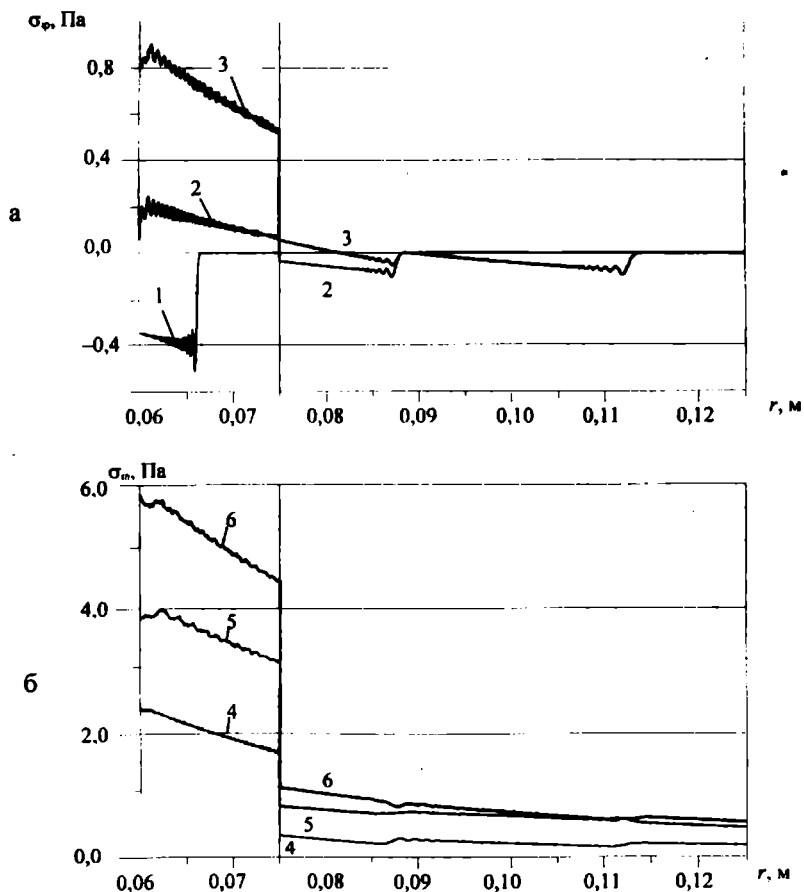


Рис. 3. Функції розподілу по товщині радіальних напружень в складеній трубі: а) 1 - $t = 10^{-6}$ с; 2 - $t = 5 \cdot 10^{-6}$ с; 3 - $t = 1 \cdot 10^{-5}$ с; 6) 4 - $t = 2 \cdot 10^{-5}$ с; 5 - $t = 3 \cdot 10^{-5}$ с; 6 - $t = 4 \cdot 10^{-5}$ с; в) 7 - $t = 5 \cdot 10^{-5}$ с; 8 - $t = 6 \cdot 10^{-5}$ с; 9 - $t = 7 \cdot 10^{-5}$ с; г) 10 - $t = 8 \cdot 10^{-5}$ с; 11 - $t = 9 \cdot 10^{-5}$ с; 12 - $t = 1 \cdot 10^{-4}$ с

Можна бачити, що функції напружень мають вигляд ударних хвиль, фронти яких зміщуються вправо. У зв'язку з тим, що напруження визначаються похідною від змінної $u_r(r)$, її малі збурення і перекошення ведуть до помітних змін напружень $\sigma_r(r)$. У нашому випадку ці збурення обумовлені тим, що

функція $P_n(t)$ вибрана не суто східчатою, а має малу ділянку $\Delta T = 5 \cdot 10^{-7}$ с лінійного зростання, після чого вона залишається сталою. Тому фронт функції $\sigma_r(r)$ виявився згладженим, а за фронтом ця функція є осцилюваною.

Підкреслимо, що завдяки присутності осциляційних ефектів усередині тіла труби є точки, де напруження набуває як від'ємних, так і додатних знаків, а в деякі моменти перевищує $P_n = 1$ Па. Аналогічно змінюється функція кільцевих напружень $\sigma_\varphi(r)$, але в характері її зміни є суттєві відмінності, які полягають у тому, що ця функція зазнає розриву неперервності на межі контакту двох труб (рис. 4).



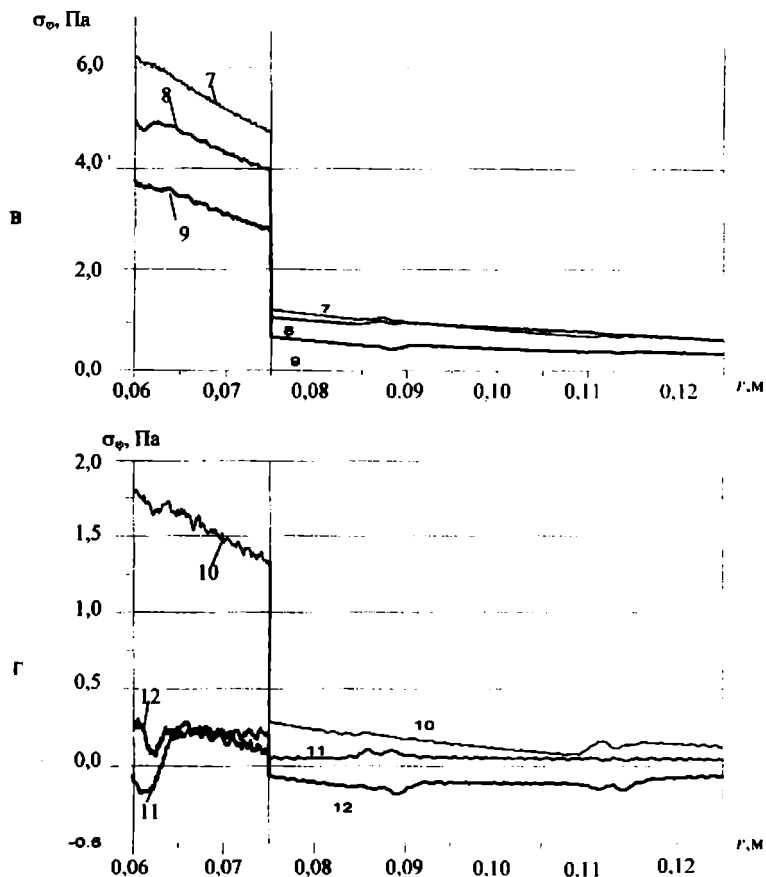


Рис. 4. Функції розподілу по товщині кільцевих напружень у складеній трубі: а) $t - t = 10^{-6}$ с; $2 - t = 5 \cdot 10^{-6}$ с; $3 - t = 1 \cdot 10^{-5}$ с; б) $4 - t = 2 \cdot 10^{-5}$ с; $5 - t = 3 \cdot 10^{-5}$ с; $6 - t = 4 \cdot 10^{-5}$ с; в) $7 - t = 5 \cdot 10^{-5}$ с; $8 - t = 6 \cdot 10^{-5}$ с; $9 - t = 7 \cdot 10^{-5}$ с; г) $10 - t = 8 \cdot 10^{-5}$ с; $11 - t = 9 \cdot 10^{-5}$ с; $12 - t = 1 \cdot 10^{-4}$ с

Для описаних вище рис. 2–4 виконано аналіз початкового стану $0 \leq t \leq 10^{-4}$ с процесу динамічної поведінки трубчастої конструкції. В подальшому після кількох актів відбиття–заломлення функція хвилі $u_i(r, t)$ стає більш згладженою і починаються коливання обсадної колони як одного цілого.

На рис. 5, а відображено характер коливань точок труби на внутрішній поверхні $r = r_1$ протягом $0 \leq t \leq 10^{-3}$ с. Видно, що рух є майже гармонійним і, як це буває при дії навантажень такого тиску, коливання відбуваються в околі

додатного значення переміщення $u(r, t)$, що дорівнює розмаху коливань. На всьому інтервалі часу функція $u(r, t)$ залишається додатною.

Колівання точок $r = r_2$ системи (рис. 5, б) починаються з деяким запізненням, що дорівнює часові проходження фронту хвилі деформацій від поверхні $r = r_1$ до поверхні $r = r_2$. У цих точках переміщення труб набувають і від'ємних значень. Точки на вільній поверхні $r = r_3$ цементної труби починають коліватися з іще більшою затримкою (рис. 5, в), вони носять менш регулярний характер, а переміщення $u(r_3, t)$ набувають більших від'ємних значень.

Виконаний аналіз дозволяє оцінити міцність трубчастої конструкції при вибраному виді навантаження. Так, використовуючи енергетичну теорію міцності

$$\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \leq [\sigma] \quad (18)$$

і припускаючи, що в нашому випадку має місце плоский напружений стан, можна написати $\sigma_r = \sigma_r$; $\sigma_\theta = \sigma_\theta$; $\sigma_z = 0$. Тоді з (18) випливає умова:

$$P_n \sqrt{[(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + \sigma_r^2 + \sigma_\theta^2]} \leq [\sigma],$$

де $[\sigma]$ – розрахункове допустиме напруження; P_n – реальне значення тиску, миттєво прикладеного до внутрішньої поверхні $r = r_1$; σ_r , σ_θ – значення радіального і кільцевого напружень в трубах, що наводились на рис. 3, 4.

1. Лисюк М. О. Розроблення алгоритму задачі про динаміку системи обсадна колона–цементне кільце чисельним методом // Вісник НТУУ"КПІ". Серія "Гірництво", 2001. – Вип. 5. – С. 13–19.

2. Баум Ф. А., Орленко Л. П., Станюкович Г. П. и др. Физика взрыва. – М.: Наука, 1973. – 703 с.

3. Бейкер У. и др. Взрывные явления. Оценка и последствия. В 2 кн. – М.: Мир, 1986. – 319 с., 384 с.

4. Гольдсмит В. Удар. Теория и физические свойства соударяемых тел. – М.: Госстройиздат, 1965. – 448 с.

5. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 1, Т. 2. – М.: Наука, 1973. – 536 с., 584 с.

6. Батте К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. – М.: Стройиздат, 1982. – 447 с.