

Отже, отримані кореляційні залежності в зазначених діапазонах зміни безрозмірного аргументу можна використовувати для розв'язування прямої та оберненої задач дії вибуху на викид одиночних сферичних зарядів у шаруватих ґрунтах.

1. *Лучко І. А.* Методика визначення параметрів вибухів сферичних і скінченної довжини горизонтальних циліндричних зарядів при проходженні відкритих виїмок у шаруватих ґрунтах // Вісник НТУУ “КПІ”. Серія “Гірництво”: Збірник наукових праць. – Київ: НТУУ “КПІ”: ЗАТ “Техновибух”, 1999. – Вип. 2. – С. 29–35.

2. *Лучко І. А.* Результати моделювання дії вибуху на викид сферичних зарядів в однорідних слабозв'язаних ґрунтах // Вісник Національного технічного університету України “КПІ”. Серія “Гірництво”: Збірник наукових праць. – Київ: НТУУ “КПІ”: ЗАТ “Техновибух”, 2000. – Вип. 3. – С. 14–16.

3. *Лучко І. А., Плаксий В. А., Ремез Н. С. и др.* Механический эффект взрыва в грунтах / Под ред. И. А. Лучко. – Киев: Наук. думка, 1989. – 232 с.

4. *Поплавский В. А., Постнов В. В., Фраш Г. Б.* Сравнение технологических параметров выемок и зарядов при взрывании талых сезонномерзлых грунтов // Взрывные работы в грунтах и горных породах. – Киев: Наук. думка, 1984. – С. 78–82.

5. *Фраш Г. Б., Постнов В. В., Тесленко В. В.* Влияние глубин промерзания на параметры взрывных работ в сезонномерзлых грунтах // Взрывное дело. – 1986. – № 88/45. – С. 55–59.

6. *Фраш Г. Б.* Взрывные работы в сезонномерзлых грунтах. – М.: Недра, 1990. – 112 с.

7. *Бондарь П. П., Бойван В. С., Водяник А. Е. и др.* Экспериментальное исследование взрыва на выброс в двухслойном грунтовом массиве // Теор. и практ. соверш. взрывных работ. – Киев: Наук. думка. – 1990. – С. 44–50.

УДК622.235:519.25/27

ЗАКОНОМЕРНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РАЗМЕРОВ КУСКОВ В РАЗВАЛЕ ГОРНОЙ МАССЫ

*Р. С. Крысин, докт. техн. наук (НГА Украины),
В. В. Новинский, инж. (ЗАО «Турстрой-Украина»)*

Запропоновано та обґрунтовано імовірнісний метод опису гранулометричного складу гірничої маси, що утвориться за рахунок реалізації под дією напружень випадкових структурних дефектів, нестационарним пуассоновським розподілом.

Поскольку величина куска, образующегося при разрушении взрывом скальных массивов, является случайной величиной, то при прогнозировании

гранулометрического состава развала вполне уместно воспользоваться методами теории вероятности, в частности, методом описания распределения непрерывных случайных величин. Эти методы несколько отличаются от принятых в горном деле методов оценки кусковатости горной массы. Поэтому выясним их особенности и пути перехода от одного метода к другому.

В теории вероятности при описании распределений непрерывных случайных величин рассматривается вероятность события, заключающегося в появлении величины, меньшей x . Применительно к конкретной статистической совокупности этой вероятности соответствует количество элементов совокупности, имеющих величину менее x , отнесенное к общему количеству элементов. При этом количество элементов измеряется в штуках. График распределения кусков строится в следующих координатах: величина куска x , относительное количество кусков величиной менее x .

В горном деле при измерении гранулометрического состава горной массы количество кусков принято измерять их суммарным объемом, величину куска – средним линейным размером (средний диаметр, среднее ребро), а график кусковатости строят в координатах: линейный размер куска – a , относительный суммарный объем кусков с линейным размером менее (более) a . Такой график носит название кумулятивного. Таким образом, основное отличие методов описания распределения кусков, применяемых в горном деле, заключается в том, что количество кусков измеряется не в штуках, а в объемах, а величина объемного куска измеряется линейным размером.

Поскольку в дальнейшем методы теории вероятности будут применяться к описанию горной массы, необходимо определить удобную терминологию и методы перехода от одной формы описания гранулометрического состава к другой. При этом следует учесть, что в дальнейшем будут рассматриваться куски различной мерности: трехмерные, двухмерные (сечения, плоскости, грани) и одномерные (отрезки линий, ребра). Условимся в дальнейшем называть штучным количеством количество объемных кусков, измеренное их суммарным объемом; количество двухмерных (поверхностных) кусков, измеренное их суммарной площадью; количество одномерных кусков (отрезков линий), измеренное их суммарным размером; количество кусков, измеренное в штуках. В обозначении функции распределения и плотности распределения будем указывать сверху индекс размера. Исходя из принятого обозначения, если при описании распределения переменной в формуле или осью абсцисс на графике является линейный размер, то следует понимать, что это распределение по линейному размеру. В других случаях имеет место распределение по двумерному или трехмерному размеру.

Поскольку размер каждого куска представляет собой расстояние между соседними трещинами, развившимися в разрушенной среде, то распределение размеров кусков связано с распределением ослабленных мест (структурных дефектов среды), из которых начинают развиваться трещины, и может быть через него выражено. Попытаемся вначале решить эту задачу в упрощенной постановке. Будем полагать, что коэффициент корреляции между размерами кусков в различных направлениях принимает предельные значения, равные

1 и 0. В объеме, разделенном случайными плоскостями (трещинами) на куски, проведем прямую линию. Она окажется разделенной на отрезки точками пересечения ее со случайными плоскостями (трещинами). Такой прием позволяет решить задачу о соответствии распределений точек (дефектов) и размеров кусков в две стадии. На первой стадии, исходя из распределения точек на линии, найдем распределение отрезков, на которые эти точки делят линию, а на второй стадии, исходя из распределения отрезков на линии, найдем распределение соответствующих им трехмерных кусков.

Общий принцип решения задачи для бесконечной прямой на первой стадии является достаточно элементарным. Если задано распределение количества точек на линии в виде $P(n, x)$, где n – количество точек; x – длина отрезка, то, полагая $n = 0$, находим вероятность отрезка, на котором нет ни одной точки (целого), то есть распределение длины отрезков.

На второй стадии решим задачу о соответствии распределения кусков в объеме распределению отрезков на прямой, проведенной в этом объеме. Следует заметить, что при случайном пересечении куска линией среднее значение длины отрезка есть среднее измерение куска в направлении пересекающей линии в том смысле, что

$$V = xS, \quad (1)$$

где S – площадь проекции куска на плоскость, перпендикулярную к рассматриваемой линии (двухмерный размер куска).

Если плотность распределения штучного количества кусков, заполняющих какой-либо объем, по линейному размеру есть $f(x)$, то плотность распределения суммарного объемного размера по линейному размеру равняется

$$f^v(x) = k_1 V f(x), \quad (2)$$

где V – объем куска, соответствующий его линейному размеру; k_1 – нормирующий коэффициент.

Так как вероятность $dF(x)$ попадания на линию, проведенную в объеме куска, имеющего размер между x и $x + dx$, пропорциональна относительному количеству таких кусков, то есть $f(x) dx$ и размеру куска S , то можно записать

$$dF(x) = k_2 S f(x) dx \quad \text{или}$$

$$\varphi(x) = \frac{dF(x)}{dx} = k_2 S f(x),$$

где $\varphi(x)$ – плотность распределения штучного количества отрезков на линии.

Тогда плотность распределения суммарного линейного размера этих отрезков на линии равна

$$\varphi^2(x) = k_3 x S f(x).$$

Учитывая (1), получим

$$\varphi^2(x) = k_3 V f(x). \quad (3)$$

Сравнивая (2) и (3), обнаруживаем идентичность этих зависимостей:

$$f''(x) = \varphi'(x). \quad (4)$$

При этом $k_1 = k_3$ как коэффициенты, нормирующие идентичные распределения.

Таким образом, распределение суммарного объемного размера кусков, заполняющих какой-либо объем, по линейному размеру будет аналогично распределению суммарного линейного размера отрезков линии, проведенной в данном объеме.

Для установления конкретного вида распределения точек (дефектов) в среде рассмотрим, прежде всего, распределение Пуассона. В геометрической интерпретации оно представляет собой распределение числа точек на участке линии, поверхности или объема при выполнении весьма общих и естественных условий. Кроме того, распределение Пуассона является предельным в следующих случаях. Если имеется n независимых совокупностей, случайно распределенных на одну и ту же линию (поверхность, объем) точек, и при этом ни одна из этих совокупностей не имеет решающего значения, то при $n \rightarrow \infty$ общее распределение подчиняется закону Пуассона, даже если каждое отдельно взятое распределение не является распределением Пуассона.

Это свойство является особо ценным при рассмотрении дефектов структуры горных пород, которые, как известно, могут быть различных типов: макро- и микротрещины, поры, межкристаллические соединения, дефекты кристаллической решетки и пр.

При этом представляется возможным воспользоваться либо стационарным распределением Пуассона, либо нестационарным.

$$P(nx) = (\lambda x)^n e^{-\lambda x} / n, \quad (5)$$

где λ – параметр, определяющий “густоту” рассеяния по линии точек пересечения ее с трещинами (линейная плотность трещиноватости) и равный математическому ожиданию количества этих точек на единице длины dn/dx .

Если $\lambda = \text{const}$ (не зависит от x), то имеет место стационарное распределение Пуассона (5). При этом решение первой задачи приводит к показательному распределению длин отрезков, плотность которого

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}. \quad (6)$$

При нестационарном распределении Пуассона $\lambda = \lambda(x)$ формула (5) существенно усложняется:

$$f(x) = \lambda(x_1 + x) \exp\left(-\int_{x_1}^{x_1+x} \lambda(x) dx\right). \quad (7)$$

Формула экспоненциального распределения отрезков, получаемого из стационарного пуассоновского распределения точек (6), намного проще.

Рассмотрим возможность ее применения для приближенного описания нестационарного пуассоновского распределения. На линии с нестационарным распределением точек выберем произвольный участок длиной Δx . Для этого участка применим формулу показательного распределения отрезков, соответствующего стационарному распределению точек. Поскольку показательное распределение обуславливает вероятность появления очень больших отрезков, уменьшающуюся с увеличением отрезка dx , длину участка Δx надо выбирать достаточно большой, чтобы он мог включить отрезок, с вероятностью появления которого необходимо считаться. С другой стороны, участок Δx должен быть достаточно малым для того, чтобы изменением параметра λ на этом отрезке можно было пренебречь.

Попытаемся вначале хотя бы грубо оценить, выполняются ли эти противоречивые требования при дроблении горных пород взрывом на карьерах. При наличии среднетрещиноватых пород и типичных условий взрывания скважинными зарядами диаметром 100–200 мм можно пренебречь вероятностью появления куска размером более 1,5 м. Однако, если при этом принять Δx равным 1,5 м, то не будет выполнено второе условие, поскольку на таком расстоянии интенсивность дробления изменяется значительно (иногда в несколько раз). Об этом свидетельствуют данные многих авторов и, в частности [1, 2]. Таким образом, даже грубая прикидка позволяет сделать вывод о неприменимости стационарного распределения при описании кусковатости отбитой взрывом породы.

Воспользуемся зависимостью (7), выражающей плотность функции распределения длины отрезка при нестационарном пуассоновском распределении точек на линии, если начало отрезка имеет координату x_1 . В этом смысле зависимость (7) выражает условную плотность случайной величины x (длины отрезка) по отношению к величине x_1 (координате начала отрезка). Чтобы описать распределение величины x по всему отрезку, необходимо плотность функции распределения $f_1(x/x_1)$ умножить на плотность распределения x_1 – $f_2(x_1)$, а полученное при этом двухмерное распределение $f_2(x_1; x)$ проинтегрировать по переменной x_1 на всем интервале ее значений:

$$f(x) = \int_{l} f_2(x_1) f_1(x/x_1) dx_1. \quad (8)$$

Как было указано в (6),

$$f_1(x/x_1) = \lambda(x_1+x) \exp\left(-\int_{x_1}^{x_1+x} \lambda(x) dx\right), \quad (9)$$

где $\lambda(x)$ – интенсивность распределения, то есть математическое ожидание числа точек на отрезке, отнесенное к его длине; $f_2(x_1)$ – плотность функции распределения точек, являющихся началами отрезков, то есть плотность точек на линии вообще, так как любая точка является началом отрезка.

Поскольку интенсивность распределения на линии ранее была обозначена $\lambda(x)$, необходимо выразить ее в относительных величинах, то есть

разделить на интегральную плотность на всем рассматриваемом отрезке длиной b и, таким образом, получить плотность функции распределения

$$f_2(x_1) = \lambda(x_1) / \int_L \lambda(x_1) dx. \quad (10)$$

Тогда, после подстановки (2) и (4) в (8), получим:

$$f(x) = \frac{1}{\int_L \lambda(x_1) dx} \int_L \lambda(x_1) \lambda(x_1 + x) \exp\left(-\int_{x_1}^{x_1+x} \lambda(x) dx\right) dx. \quad (11)$$

Эта формула справедлива для описания распределения отрезков на полубесконечной линии от 0 до ∞ . При применении ее для нахождения распределения отрезков, на которые точки делят отрезок линии конечной длины, эта формула дает погрешности. Одна из них состоит в том, что эта формула определяет возможность появления отрезков неограниченной длины, что находится в противоречии с конечной длиной исходного отрезка.

Основанием к уточнению формулы (11) может служить следующее рассуждение. Конец исходного отрезка является в то же время концом отрезка, длина которого по формуле (7) превышает расстояние от его начала до конца исходного отрезка. Поэтому, если имеется исходный отрезок с координатой начала 0 и конца b и при делении его случайными точками рассматривается распределение длины x отрезков, имеющих начало в x_1 , то вероятность $P(x \geq b-x)$ появления отрезков длиной $x \geq b-x$, вычисленную по (11), следует отнести к длине отрезка $b-x$.

Вероятность $P(x \geq b-x)$ проще всего вычислить с помощью функции распределения длины отрезка

$$P(x \geq b-x) = 1 - F[(b-x)/x_1] = 1 - [1 - \exp\left(-\int_{x_1}^{x_1+(b-x_1)} \lambda(x) dx\right)] = \exp\left(-\int_{x_1}^b \lambda(x) dx\right). \quad (12)$$

Тогда, применяя дельта-функцию Дирака, формулу (9) применительно к делению случайными точками конечного отрезка длиной b можно записать в виде

$$f_1(x/x_1) = \lambda(x_1 + x) \exp\left(-\int_{x_1}^{x_1+x} \lambda(x) dx\right) + \lambda(x_1) \exp\left(-\int_{x_1}^b \lambda(x) dx\right) \delta[x - (b-x)]$$

при $x \leq b-x_1$.

Для остальных значений x $f_1(x/x_1) = 0$. Следовательно, $f(x)$ для этого случая примет вид:

$$f(x) = \frac{1}{\int_0^{b-x} \lambda(x_1) dx_1} \left[\int_0^{b-x} \lambda(x_1) \lambda(x_1 + x) \exp\left(-\int_{x_1}^{x_1+x} \lambda(x) dx\right) dx_1 + \int_0^{b-x} \lambda(x_1) \exp\left(-\int_{x_1}^b \lambda(x) dx\right) \delta(x + x_1 - b) dx \right].$$

Учитывая, что интеграл от произведения функции на δ -функцию по отрезку, включающему точку особенности δ -функции, равен значению функции в точке особенности δ -функции, получим:

$$f(x) = \frac{1}{\int_0^b \lambda(x_1) dx_1} \int_0^{b-x} \lambda(x_1) \lambda(x_1+x) \exp\left(-\int_{x_1}^{x_1+x} \lambda(x) dx\right) dx_1 + \frac{\lambda(b-x)}{\int_0^b \lambda(x_1) dx_1} \exp\left(-\int_{b-x}^b \lambda(x) dx\right); \quad (13)$$

$$0 \leq x_1 + x \leq b.$$

Формула (13) выражает распределение штучного количества линейных отрезков. Приведем ее к распределению линейных отрезков суммарной длины. При этом удобно пользоваться плотностью функции распределения. Приращение вероятности появления куска (то есть приращение относительного количества) при приращении его размера dx определяется по формуле

$$dP(X \leq x) = d\Phi = f(x) dx,$$

где $f(x)$ – плотность функции распределения.

Тогда приращение суммарного размера будет пропорционально приращению штучного размера, умноженному на размер

$$d\Phi_{\text{разм}} = N x f(x) dx,$$

где N – коэффициент пропорциональности, определенный из условия нормирования функции распределения.

Переходя к плотности распределения суммарного размера

$$f^s(x) = \frac{d\Phi_{\text{разм}}}{dx} = N x f(x)$$

или

$$f^s(x) = N_x \frac{1}{\int_0^b \lambda(x_1) dx_1} \left[\int_0^{b-x} \lambda(x_1) \lambda(x_1+x) \exp\left(-\int_{x_1}^{x_1+x} \lambda(x) dx\right) dx_1 + \lambda(b-x) \exp\left(-\int_{b-x}^b \lambda(x) dx\right) \right]; \quad (14)$$

$$0 \leq x_1 + x \leq b.$$

Обозначив $N_1 = \frac{N}{\int_0^b \lambda(x_1) dx_1}$, получим

$$f^x(x) = N_1 x \left[\int_0^{b-x} \lambda(x_1) \lambda(x_1 + x) \exp\left(-\int_{x_1}^{x_1+x} \lambda(x_1) dx_1\right) dx_1 + \lambda(b-x) \exp\left(-\int_0^b \lambda(x_1) dx_1\right) \right]$$

Эта зависимость представляет собой функцию распределения суммарного отрезка на линии и завершает решение задачи на первой стадии. Используя эту зависимость, найдем интересующее нас распределение суммарного размера куска в объеме. Аналогичная задача решалась ранее без учета изменения параметра распределения куска в зависимости от его местоположения в объеме. Поэтому она соответствует стационарному распределению размера куска. Ее решение (4) может быть использовано и в данном случае нестационарного распределения размера куска. Поскольку решение этой задачи в значительной степени зависит от формы разрушенного объема и поля параметров разрушения, отметим одну важную закономерность, присущую разрушению взрывом скважинного заряда квазизотропной породы, а именно, цилиндрическую симметрию поля разрушения.

На основании свойств цилиндрической симметрии в заштрихованном элементе (рис. 1) нестационарность разрушения существует только в радиальном направлении по линии av .

Эта нестационарность учтена при решении первой задачи. Поэтому решение задачи на второй стадии для выделенного элемента можно выполнить без учета нестационарности, воспользовавшись ранее выполненным решением

$$f^v(x) = \Phi^x(x).$$

Представим разрушенный объем состоящим из достаточно малых элементов, аналогичных выделенному на рис. 1. При этом под разрушаемым объемом подразумевается тело дробления. Тогда совокупность кусков в теле дробления можно представить как сумму совокупностей кусков в каждом из элементов. В этом случае в распределении кусков тела дробления будет представлено распределение кусков в элементах пропорционально их поперечному размеру.

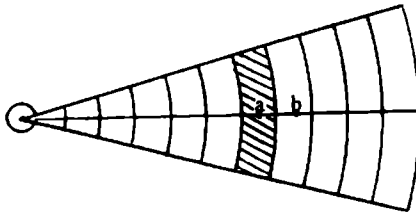


Рис. 1. Форма тела дробления при цилиндрической симметрии поля разрушения

Вероятность появления куска размером x характеризует гранулометрический состав в элементе, координата центра которого совпадает с центром куска и равна $r + x/2$, для элементов, расположенных у границы тела дробления, координата центра равна $b - x/2$ (рис. 2).

Тогда поперечный размер элемента может быть определен через координату центра куска, то есть

$$S = S(r + x/2); \quad S = S(b - x/2).$$

В случае цилиндрической симметрии при ограничении тела дробления диаметральными плоскостями OA и OB

$$S = (r + x/2)\alpha; \quad (15)$$

$$S = (b - x/2)\alpha. \quad (16)$$

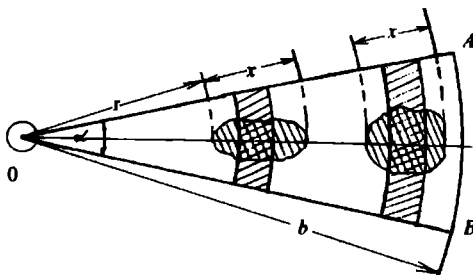


Рис. 2. Схема к определению вероятности появления куска размером x в теле дробления и на его границе

Сопоставляя обозначения на рис. 2 и в формуле (4), заключаем, что r в первом случае и x во втором обозначают одну и ту же величину, которую в дальнейшем будем обозначать через r .

С учетом (4), (14), (15) и (16) окончательно получим:

$$f^v(x) = \frac{N_1 N dx}{\int_0^b \lambda(r) dr} \left[\int_0^{b-x} \lambda(r) dr \lambda(r+x) \exp\left(-\int_r^{r+x} \lambda(r) dr\right) \left(r + \frac{x}{2}\right) dr + \right. \\ \left. + \lambda(b-x) \exp\left(-\int_{b-x}^b \lambda(r) dr\right) \left(b - \frac{x}{2}\right) \right]; \quad (17)$$

$$0 \leq r + x \leq b,$$

где N – нормирующий коэффициент. Обозначим $N_2 = \frac{NN_1\alpha}{\int_0^b \lambda(r) dr}$. Наиболее

удобно вычислять $N_2 = \frac{1}{\Omega}$, где

$$\Omega = \int_0^b dx \left[\int_0^{b-x} \lambda(r) \lambda(r+x) \exp\left(-\int_r^{r+x} \lambda(r) dr\right) \left(r + \frac{x}{2}\right) dr + \lambda(b-x) \exp\left(-\int_{b-x}^b \lambda(r) dr\right) \left(b - \frac{x}{2}\right) \right] dx.$$

Таким образом, формула (17) представляет собой распределение суммарного размера куска по его линейному размеру, выраженное через линейную плотность дислокаций при цилиндрической симметрии поля разрушений. Представленные выше теоретические соображения положены в основу критерия разрушения, который назван функцией дробности.

1. Моси́нец В. М., Абрамов А. В. Разрушение трещиноватых и нарушенных горных пород. М.: Недра, 1982. – 247 с.

2. Друкованый М. Ф., Ильин В. И., Ефремов Э. И. Буровзрывные работы на карьерах. М.: Недра, 1978. – 389 с.

УДК 539.375+624.139.329

КАМУФЛЕТНЫЙ ВЗРЫВ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА ПРИ ИНИЦИИРОВАНИИ ЕГО НА ОДНОМ ИЗ ТОРЦОВ

Н. С. Ремез, канд. техн. наук (ЗАО “Техновзрыв”)

Виконано чисельне моделювання взаємодії вибухових хвиль з ґрунтовим середовищем при ініціюванні циліндричного заряду вибухової речовини на одному з його торців. Розглядається зв'язана задача для продуктів детонації і ґрунту. Ґрунт моделюється твердим багатокомпонентним середовищем зі змінним коефіцієнтом в'язкості. Отримано залежності параметрів вибухових хвиль від часу. Проведено порівняння з результатами чисельного розв'язку інших авторів.

Подземный взрыв заряда химического взрывчатого вещества (ВВ) может быть разделен на две стадии: детонационный процесс в продуктах детонации (ПД) и волновой процесс в газе, полученном из ПД, и в окружающем грунтовом массиве.

Большинство численных исследований подземного взрыва основывается на упрощенных модельных представлениях взаимодействующих сред, при которых не учитывается процесс детонации ВВ и конечность размеров заряда, хотя в практике ведения взрывных работ реальные цилиндрические заряды имеют конечные размеры и инициируются, как правило, на одном из торцов.