цьому разі внутрішнє навантаження на циліндричну поліетиленову оболонку при поширенні хвилі детонації по пилоповітряній суміші з гексогену визначається з [1]. Максимальний внутрішній тиск дорівнює $P_{max} = 7{,}89 \cdot 10^6$ Па.

Згідно з розрахунками максимальні колові напруження, які виникають в стінці поліетиленової циліндричної оболонки, не перевищують $7{,}2 \cdot 10^6$ Па, а радіальні переміщення стінок оболонки становлять не більше 0,1 мм. Таким чином, матеріал оболонки отримає лише невеликі залишкові деформації, а сама оболонка може бути використана як хвилевід в осьовому напрямку для підтримання достатньо потужного детонаційного імпульсу.

1. *Баум Ф. А., Орленко Л. П., Станюкович К. П. и др.* Физика взрыва. – М.: Наука, 1975. – 704 с.

2. *Высокоскоростные* ударные явления. – М.: Мир, 1973. – 536 с.

3. *Луговой П. З., Мукоид В. П., Мейш В. Ф.* Динамика оболочечных конструкций при взрывных нагрузках. – К.: Наук. думка, 1991. – 280 с.

4. *Одинцов В. А., Селиванов В. В., Чудов Л. А.* Расширение толстостенной цилиндрической оболочки под действием взрывной нагрузки // Изв. АН СССР. – М.: МТТ. – 1975. – № 5. – С. 161–168.

5. *Уилкинс М. Л.* Расчет упругопластического течения // Вычислительные методы в гидродинамике. – М.: Мир, 1967. – 211 с.

УДК 534.1:539.3

ЗАЛЕЖНІСТЬ КРИТИЧНИХ ШВИДКОСТЕЙ ВИБУХОВИХ РУХОМИХ НАВАНТАЖЕНЬ ВІД ХАРАКТЕРУ ОРТОТРОПІЇ МАТЕРІАЛУ ОБСАДНИХ ТРУБ

П. З. Луговий, докт. техн. наук (ІМ НАН України),
М. О. Лисюк, канд. техн. наук (ННДІОП)

Рассмотрена зависимость критических скоростей взрывных подвижных нагрузок от характера ортотропии материала обсадных труб. Для исследования влияния скорости нагружения на прогиб трубы вводится коэффициент динамичности. Выполнен сравнительный расчетный анализ критических скоростей и прогибов для изотропных и ортотропных труб разной степени перфорации и сделан вывод о влиянии ортотропии обсадных труб на размеры зон их возможного разрушения под действием взрывных нагрузок, распространяющихся с критической скоростью.

З літературних даних про спорудження та експлуатацію геотехнологічних свердловин відомо, що практично всі труби мають певний характер анізотропії [1]. На наш погляд, найширше застосування в геотехнології знаходять ортотропні труби. Металопластикові та склопластикові труби виробляються з ортотропного матеріалу, властивості якого залежать від армуючих і зв'язуючих речовин. Циліндричні решітки фільтрів мають фізико-механічні властивості, еквівалентні, у певному розумінні, суцільним ортотропним оболонкам. Багато металевих труб набувають ортотропних властивостей при виготовленні. Частини труб, оброблені з допомогою вибухових перфораторів, стають конструктивно ортотропними. Їх властивості можна описувати з допомогою теорії ефективних модулів [2]. Значна ортотропія обсадної колони може бути обумовлена присутністю каверн в області контакту пластів або вимитих об'ємів порід. При цементуванні затрубного простору в цих областях утворюються цементні кільця, які можуть грати роль шпангоутів для всієї обсадної колони.

При проведенні прострільно-підривних робіт названі вище труби можуть зазнавати дії рухомих навантажень. Тому дослідження залежності критичних швидкостей рухомих навантажень і деформативних властивостей від механічних властивостей ортотропних оболонок становлять значний інтерес. Важливим етапом таких досліджень є правильний вибір розрахункової моделі реального об'єкта. Бажано, щоб модель була по можливості простою і водночас відображала основні властивості ортотропних оболонок.

Розглянемо випадок, коли заряди вибухають на осі свердловини і коливання труб під дією рухомих навантажень мають вісесиметричниий характер. Рівняння руху конструктивно ортотропних труб у вісесиметричному випадку можна записати з допомогою класичної теорії циліндричних оболонок у такому вигляді [3]:

$$\frac{\partial T_{11}}{\partial x} = \rho h \frac{\partial^2 U}{\partial t^2};$$

$$\frac{\partial M_{11}}{\partial x^2} - \frac{T_{22}}{R} + P(x_1, t) = \rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2},$$

де
$$T_{11} = \frac{E_1 h}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}\left(\frac{\partial U}{\partial x} + \nu_{21}\frac{W}{R}\right); \quad T_{22} = \frac{E_2 h}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}\left(\frac{W}{R} + \nu_{12}\frac{\partial U}{\partial x}\right); \tag{1}$$

$$M_{11} = \frac{E_1 h^3}{12(1 - \nu_{12}\nu_{21})}\frac{\partial^2 W}{\partial x^2},$$

де T_{11} – зусилля, що діє по осі x вздовж твірної оболонки; T_{22} – зусилля вздовж напрямної; M_{11} – згинальний момент; U, W – поздовжні і нормальні переміщення відповідно; R і h – радіус і товщина оболонки; ρ – щільність матеріалу оболонки; $P(x,t)$ – нормальне навантаження; t – час; E_1, E_2 – модулі Юнга; ν_{12}, ν_{21} – коефіцієнти Пуассона.

Припустимо, що нормальне навантаження $P(x, t)$ рухається зі швидкістю V. Вважаємо, що форма рухомого навантаження не змінюється з часом. Тоді

$P(x,\ t)=P(\eta)$, де $\eta = Vt-x$. Отримаємо стаціонарний розв'язок задачі, залежний від параметра η. Такий розв'язок справедливий на деякій віддалі від торців оболонки.

Для зручності зведемо всі величини до безрозмірного вигляду:

$$\bar{x}=\frac{x}{R};\ \bar{U}=\frac{U}{h};\ \bar{W}=\frac{W}{h};\ \bar{t}=\frac{tc}{R};\ c^2=\frac{E_1}{\rho(1-\nu_{12}\nu_{21})},$$

тоді рівняння (1) наберуть вигляду

$$\begin{gathered}\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+\nu_{21}\frac{dW}{dx}=\frac{\partial^2 U}{\partial t^2};\\ -\frac{h^2\partial^4 W}{12R^2\partial x^4}-\frac{E_2}{E_1}W-\nu_{21}\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{R^2(1-\nu_{12}\nu_{21})}{h^2E_1}P(x,t)=\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}.\end{gathered} \tag{2}$$

Якщо покласти в (2) $\nu_{21}=0$, отримаємо спрощену систему двох незалежних рівнянь, що досить точно описують динаміку ортотропних труб при дії нормальних рухомих навантажень:

$$\begin{gathered}\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 U}{\partial t^2};\\ -\frac{h^2}{12R^2}\frac{\partial^4 W}{\partial x^4}-\frac{E_2}{E_1}W+\frac{R^2}{h^2E_1}P(x,t)=\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}.\end{gathered} \tag{3}$$

Для дослідження впливу ортотропії циліндричних труб на процеси переходу через критичні швидкості нормальних навантажень, що рівномірно рухаються, використаємо методику, викладену в [3, 4].

Розглянемо друге рівняння системи (3), що описує згинальні хвилі. Припустимо, що труба досить довга і її прогин залежить тільки від параметра η; $-W(x,t)=W(\eta)$. Тоді

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}=V^2\frac{d^2W}{d\eta^2};\qquad \frac{\partial^4 W}{\partial x^4}=\frac{d^4W}{d\eta^4}$$

і друге рівняння (3) набирає вигляду

$$V^2W''+\frac{h^2}{12R^2}W^{IV}+\frac{E_2}{E_1}W=\frac{R^2}{h^2E_1}P(\eta). \tag{4}$$

Навантаження $P(\eta)$ задано у вигляді $P(\eta)=\delta(\eta)$. Приймемо, що при $|\eta|\to\infty$ має місце $W^{(n)}(\eta)\to 0\,(n=\overline{1,4})$, і застосуємо перетворення Фур'є з параметром ω [5]:

$$W^F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}W(\eta)e^{i\omega\eta}d\eta .$$

Тоді, враховуючи що

$$\left(W^{IV}\right)^F=\omega^4W^F;\qquad \left(W''\right)^F=-\omega^2W^F;\qquad \int_{-\infty}^{\infty}\delta(\eta)e^{i\omega\eta}d\eta=1,$$

отримаємо

$$W^F(\omega)\frac{R^2}{E_1h^2\left(\dfrac{h^2}{12R^2}\omega^4-V^2\omega^2+\dfrac{E_2}{E_1}\right)}. \tag{5}$$

З допомогою оберненого перетворення Фур'є знаходимо шукану функцію

$$W(\eta)=\frac{R^2}{2h^2E_1\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-i\omega\eta}d\omega}{\dfrac{h^2}{12R^2}\omega^4-V^2\omega^2+\dfrac{E_2}{E_1}}. \tag{6}$$

Розглянемо корені знаменника підінтегральної функції

$$\omega_i=\pm\sqrt{\frac{6R^2}{h^2}\left(V^2\pm\sqrt{V^4-\frac{h^2}{3R^2}\frac{E_2}{E_1}}\right)},\qquad i=\overline{1,4}. \tag{7}$$

Назвемо критичною швидкістю V_k швидкість руху навантаження у такому значенні:

$$V_k=\left(\frac{h^2}{3R^2}\frac{E_2}{E_1}\right)^{1/4}. \tag{8}$$

Слід відзначити, що для ізотропної циліндричної оболонки $(E_1=E_2)$ це значення критичної швидкості збігається з критичною швидкістю, отриманою в [6] іншим методом.

Формула (8) являє собою аналітичну залежність критичної швидкості від ортотропії матеріалу циліндричних труб для випадку, коли нормальне рухоме навантаження визначається дельта-функцією. Виконаємо аналіз впливу ортотропії матеріалу циліндричних труб на їх прогини при досягненні рухомим навантаженням критичної швидкості.

Дослідимо випадки $V\le V_k$ і $V>V_x$. Якщо $V<V_k$, то близькі значення коренів знаменника підінтегральної функції (6) можна записати у вигляді

$$\omega_i=\pm a\pm ib;$$

$$a = \frac{1}{V_k}\left[\frac{E_2}{E_1}\left(1+\bar{V}^2\right)\right]^{1/2}; \qquad b = \frac{1}{V_k}\left[\frac{E_2}{E_1}\left(1-\bar{V}^2\right)\right]^{1/2}, \tag{9}$$

де $\bar{V} = \dfrac{V}{V_k}$.

При обчисленні інтеграла (6) використаємо теорію функцій комплексної змінної. Застосовуючи теорію лишків, отримаємо:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\omega\eta} f\omega}{\frac{h^2}{12R^2}\omega^4 - V^2\omega^2 + \frac{E_2}{E_1}} d\omega = 2\pi i \sum_{i=1,2} \mathrm{Resf}(\omega),$$

де $\mathrm{Resf}(\omega)$ – лишок підінтегральної функції в i-тому полюсі ω_i.

Визначаючи лишки, приходимо до такого значення:

$$W(\eta) = \frac{E_1 e^{-b|\eta|}}{2E_2\left(1-\bar{V}^4\right)^{1/2}}\left(a\cos a\eta + b\cos a|\eta|\right). \tag{10}$$

Максимальне значення прогину оболонки досягається при $\eta = 0$:

$$W_m = \frac{\sqrt{E_1}}{2V_k\sqrt{E_2}\left(1-\bar{V}^2\right)^{1/2}}. \tag{11}$$

Для максимального прогину гладкої ізотропної оболонки при $E_1 = E_2$ згідно з [4] отримаємо:

$$W_m = \frac{1}{2V_k\left(1-\bar{V}^2\right)^{1/2}}. \tag{12}$$

При $V \to V_k\left(\bar{V} \to 1\right)$ знаменник виразу (11) прямує до нуля і прогин безмежно зростає. Таким чином, при досягненні рухомим навантаженням критичної швидкості V_k в оболонці спостерігаються резонансні явища.

Якщо покласти $V \to 0$ при $\eta = 0$, то отримаємо значення прогину при статичній дії зосередженої сили:

$$W_c = \frac{\sqrt{E_1}}{2V_k\sqrt{E_2}}. \tag{13}$$

Для дослідження впливу ортотропії матеріалу труби і швидкості навантаження на прогини введемо коефіцієнт динамічності

$$K_g = \sqrt{\frac{E_2}{E_1\left(1-\bar{V}^2\right)}}. \tag{14}$$

Порівнюючи значення коефіцієнта динамічності для ортотропної циліндричної труби (14) і для ізотропної оболонки [7], робимо висновок, що при $E_2/E_1 > 1$ прогини в ізотропній оболонці менші, ніж в ортотропній при однаковій швидкості навантаження. При $E_2/E_1 < 1$ коефіцієнт динамічності для ізотропної циліндричної оболонки більший, ніж для ортотропної.

Визначаючи ефективні модулі для перфорованих труб згідно з [2], отримаємо вираз:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{b(2R_n + a)}{a(2R_n + b)},$$

де b – ширина перемички в напрямку напрямної; a – ширина перемички в напрямку твірної; R_n – радіус перфораційного отвору.

Для типової сталевої обсадної труби D = 0,127 м; h = $6{,}4\cdot10^{-3}$ м з дворядною перфорацією при $R_n = 7\cdot10^{-3}$ м і 8 отворами на один метр довжини значення $E_2/E_1 = 1{,}05$; при 40 отворах на один метр довжини $E_2/E_1 = 2{,}11$. Таким чином, при дворядній перфорації при 8 отворах на один метр довжини критична швидкість рухомого навантаження і прогину в конструктивно ортотропній трубі практично буде такою ж, як і в ізотропній; при перфорації 40 отворів на один метр довжини прогини в ізотропній трубі на 45 % менші, ніж в ортотропній, а критична швидкість рухомого навантаження на 20 % більша, ніж в ізотропній трубі.

Найпоширеніше відношення модулів склопластиків марки КАСТ-В $E_1/E_2 = 1{,}27$ [8], звідки випливає, що критична швидкість навантаження для труб з такого матеріалу на 6 % менша, а прогини в склопластиковій трубі на 11 % менші, ніж в ізотропній трубі, матеріал якої має модуль Юнга E_1. Для труби зі склопластику марки ППН $E_1/E_2 = 0{,}82$ [8], тому критична швидкість рухомого навантаження на 5 % більша, а прогини в ній на 10 % менші, ніж в ізотропній трубі, виготовленій з матеріалу з модулем Юнга E_1.

Виконаний аналіз свідчить, що параметри ортотропії матеріалу обсадних труб суттєво впливають на їх деформативність і критичні швидкості рухомих навантажень, які в досліджуваному випадку описуються з допомогою δ-функції. Оскільки при проведенні прострільно-підривних робіт у свердловинах з рідиною швидкість рухомих навантажень на обсадні труби змінюється від нескінченності до швидкості звуку в рідині, то ортотропія обсадних труб може значною мірою впливати на розміри зон, небезпечних для руйнування труб у випадку досягнення рухомим навантаженням критичної швидкості.

1. *Бурение и оборудование* геотехнологических скважин / И. А. Сергиенко, А. Ф. Мосев, Э. А. Бочков, М. К. Пименов. – М.: Недра, 1984. – 224 с.

2. *Луговой П. З.* Динамика двоякопериодически перфорированной оболочки // Сопр. матер. и теория сооружений. – К.: Будівельник, 1989. – Вып. 54. – С. 115–119.

3. *Луговой П. З., Мукоид В. П., Мейш В. Ф.* Динамика оболочечных конструкций при взрывных нагрузках. – К.: Наук. думка, 1991. – 280 с.

4. *Перцев А. К., Платонов Э. Т.* Динамика оболочек и пластин (нестационарные задачи). – Л.: Судостроение, 1987. – 316 с.

5. *Кеч В., Теодореску П.* Введение в теорию обобщенных функций с приложениями в технике. – М.: Мир, 1978. – 518 с.

6. *Jones I. P., Bhuta P. O.* Response of cylindrical shells to moving loads // Trans ASME. – 1964. – E 31, № 1. – P. 105–111.

7. *Вольмир А. С.* Нелинейная динамика пластин и оболочек. – М.: Наука, 1972. – 432 с.

8. *Белянкин Ф. П., Яценко В. Ф., Марголин Г. Г.* Прочность и деформативность стеклопластиков при двухосном сжатии. – К.: Наук. думка, 1971. – 153 с.

УДК 624.191.24

УРАХУВАННЯ ВЗАЄМОДІЇ СИСТЕМИ КРІПЛЕННЯ–МАСИВ У РОЗРАХУНКАХ ТРИСКЛЕПІНЧАСТИХ СТАНЦІЙ МЕТРОПОЛІТЕНУ

В. І. Петренко, канд. техн. наук (корп. «Укрметротунельбуд», Київ), В. Д. Петренко, докт. техн. наук, О. Л. Тютькін, асп. (ДТУ залізничного транспорту, Дніпропетровськ)

Обоснована возможность применения структурно-механических моделей грунта при расчете системы крепь–массив. Наиболее рациональным методом расчета постоянной обделки станций метрополитена глубокого заложения и других подземных сооружений является метод конечных элементов, позволяющий рассчитывать подземные сооружения с учетом реологических свойств грунтов, сложных инженерно-геологических условий, а также технологических особенностей проведения работ.

Розвиток транспортних систем великих міст України нерозривно пов'язаний з будівництвом складних об'єктів метрополітену. До таких об'єктів належать станції глибокого закладення пілонного та колонного типів.

При будівництві перегінних тунелів і станцій глибокого закладення здійснено практично повний перехід від збірних чавунних обробок до залізобетонного кріплення. У складних інженерно-геологічних умовах, зокрема при проходці виробок великого перерізу (наприклад, станційних тунелів у спонділових глинах у Києві), застосування залізобетонних обробок породжує комплекс проблем, що вимагає свого розв'язання. Особливо актуальними є