ФІЗИЧНІ ПРОЦЕСИ ГІРНИЧОГО ВИРОБНИЦТВА

УДК 622.231

ОБОСНОВАНИЕ И АНАЛИЗ УРАВНЕНИЙ ПОЛЕЙ ДЕФОРМАЦИИ В МАССИВЕ ГОРНЫХ ПОРОД

А. И. Крючков, канд. техн. наук (НТУУ «КПИ»)

В статті розглянуто можливість опису деформацій твердого суцільного середовища двох деформаційних полів – трансляційного (TD-поля) та ротаційного (RD-поля), які мають теоретичне обґрунтування на рівні релятивістської теорії гравітації та електромагнетизму. Використання рівнянь руху для зазначених полів дозволяє розглянути нові підходи при лінійних та нелінійних деформаціях та руйнуванні гірських порід.

Процессы деформации и разрушения горных пород являются достаточно распространенными в природе и широко используются человеком в его практической жизнедеятельности. Однако КПД процессов технологического разрушения не превышает нескольких процентов, что свидетельствует о недостаточном уровне научной проработки вопросов, связанных с разрушением твердых тел.

Для описания полей деформаций и напряжений в сплошных средах современные теории поля используют уравнения, построенные на законе Ньютона:

$$m\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F}, \tag{1}$$

где $\vec{F}$ – некоторая сила электромагнитного происхождения, действующая на заряд q с массой m.

В релятивистской теории электродинамики [1] уравнение движения (1) заменяется уравнением

$$\frac{d^2x^i}{ds^2} + \Gamma^i_{jk}\frac{dx^j}{ds}\cdot\frac{dx^k}{ds} = \frac{e}{m}F^{jk}u_k. \tag{2}$$

Общим для этих уравнений является то, что входящие в них ускорения являются полярными векторами в трансляционных координатах x^i (здесь $x^0 = ct$, $x^1 = x, x^2 = y$, $x^3 = z$).

В классической механике, однако, рассматриваются взаимодействия, которые описываются аксиальными векторами в виде уравнения Эйлера для вращательного движения тела:

$$I\frac{d^2x}{dt^2} = \vec{M}, \tag{3}$$

где $\vec{M}$ – некоторый вращающий момент, действующий на тело с моментом инерции I.

Угловая скорость вращения тела $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$ и угловое ускорение $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$, как аксиальные векторы, имеют иной закон преобразования, чем скорость и ускорение поступательного движения, которые являются полярными векторами.

Если на основании уравнения Ньютона в механике сплошной среды разработан ряд фундаментальных классических теорий (теория упругости, теория пластичности, теория текучести и другие), то для полей, основанных на вращательном движении пространства, подобных теорий не существует, хотя необходимость их разработки очевидна и ряд интересных попыток в этом направлении [2, 3, 5, 6, 12, 13, 15] свидетельствует об актуальности этой проблемы в теории поля вообще и теории деформаций и напряжений в твердых средах в частности.

На фундаментальном уровне наиболее глубоко и последовательно поля кручения и взаимодействия аксиального типа исследуются в работах [2, 3, 5, 6] с использованием геометрии пространства абсолютного параллелизма. Полярные взаимодействия характеризует пространственно-временной интервал, куда входит трансляционная метрика пространства Римана [6, 7]:

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k, \tag{4}$$

где s – пространственно-временной интервал четырехмерного пространства–времени Римана; x^i – координаты пространства Римана ($i = 0, 1, 2, 3$); g_{ik} – трансляционная метрика пространства–времени Римана.

Пространственная метрика характеризуется симметричным тензором второго ранга:

$$g_{ik} = \begin{pmatrix} g_{00} & g_{01} & g_{02} & g_{03} \\ g_{10} & g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{20} & g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{30} & g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{pmatrix}. \tag{5}$$

Аксиальные взаимодействия связаны с вращательной метрикой Киллинга-Картана [2, 4]:

$$d\tau^2 = T^{\alpha}_{bk} \cdot T^{b}_{\alpha i} \cdot dx^i dx^k, \tag{6}$$

где $d\tau$ – бесконечно малый угол поворота тетрады (четырехвектора) e_i^a в четырехмерном пространстве; T^{α}_{bk} – коэффициенты вращения Риччи, учитывающие локальную связь между поступательной скоростью $\frac{dx^{\gamma}}{dt}$ начала координат движущейся системы и угловой скоростью ω^{x}_{β} произвольно ускоренной системы отсчета:

$$\omega_{\beta}^{x} = T_{\beta\gamma}^{\alpha} \cdot T_{\alpha i}^{b} \cdot \frac{dx^{\gamma}}{dt}. \tag{7}$$

Для полного описания в пространстве абсолютного параллелизма как поступательных движений с использованием трансляционных координат x_0, x_1, x_2, x_3, так и вращательных движений с использованием трех пространственно-временных углов Эйлера φ_1, φ_2, φ_3 и трех пространственно-временных углов Лоренца θ_1, θ_2, θ_3, применяются десять уравнений [3]: четыре геодезических пространства абсолютного параллелизма, описывающие трансляционное поле (Γ^{i}_{jk}) с учетом его взаимодействия с ротационным полем (T^{i}_{jk})

$$\frac{d^2x^i}{ds^2} + \Gamma^{i}_{jk}\frac{dx^j}{ds}\cdot\frac{dx^k}{ds} + \mathrm{T}^{i}_{jk}\frac{dx^i}{ds}\cdot\frac{dx^k}{ds} = 0, \tag{8}$$

а также шесть уравнений движения для ротационного поля [2, 4]

$$\frac{d^2e^i\alpha}{ds^2} + \left(\Delta^{i}_{jk,m} - \Delta^{s}_{jm} - \Delta^{i}_{js}\Delta^{s}_{km}\right)\frac{dx^m}{ds}\cdot\frac{dx^k}{ds}e^{\gamma}_{a} = 0, \tag{9}$$

где Γ^{i}_{jk} – символы Кристоффеля, выраженные через частные производные от компонентов метрического тензора (5); T^{i}_{jk} – коэффициенты вращения Риччи [8], e^{γ}_{a} – реперный четырехвектор, через который может быть выражен метрический тензор; Δ^{i}_{jk} – связность пространства абсолютного параллелизма.

Установлено [8], что связность пространства абсолютного параллелизма связана с полями трансляционного и ротационного типов соотношением

$$\Delta^{i}_{jk} = \Gamma^{i}_{jk} + T^{i}_{jk}, \tag{10}$$

которое позволяет записать уравнение (9) через угловую скорость Ω^{i}_{j} в четырехмерном пространстве при $\Gamma^{i}_{jk} = 0$:

$$\frac{d\Omega^{i}_{j}}{ds} - \Omega^{i}_{j,m}\frac{dx^m}{ds} - \Omega^{i}_{s}\Omega^{i}_{j} - \Omega^{i}_{j}\left(\frac{dx_k}{ds}\right)_{,m}\frac{dx^m}{ds}\cdot\frac{dx^k}{ds} = 0. \tag{11}$$

Итак, релятивистские дифференциальные уравнения (8) и (11) описывают два типа пространственных полей – трансляционное и ротационное, и взаимодействие между ними.

Нельзя сказать, чтобы в классической механике сплошных сред уравнения движения, учитывающие, кроме трансляционных, и ротационные поля, совсем не были известны. Можно показать, что релятивистское уравнение для трансляционного поля (8) при соответствующих допущениях в нерелятивистском случае для жидкой сплошной среды записывается в виде уравнения Лемба–Громеки [9]:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \mathrm{grad}\frac{V^2}{2} + \frac{1}{\rho}\mathrm{grad}p + \vec{\Omega} \times \vec{V} = \vec{F}, \tag{12}$$

где $\vec{\Omega}$ – аксиальный вектор скорости вихрей в жидкой среде; p – статическое давление в жидкости; ρ – плотность среды.

При таком же подходе релятивистское уравнение (11) можно сопоставить с уравнением Гельмгольца для вихрей в жидкой среде [9]:

$$\frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial t} + \left(\vec{\mathrm{V}}\mathrm{grad}\right)\vec{\Omega} - \left(\vec{\Omega}\mathrm{grad}\right)\vec{V} + \vec{\Omega}\mathrm{div}\vec{V} = \mathrm{rot}\,\vec{F}. \tag{13}$$

Используя методы и подходы гидродинамики сплошной среды в теории деформации твердых сплошных сред, основы которой заложены в работах В. Фойгта [10], Е. Коссера и Ф. Коссера [13], наряду с обычными напряжениями учитывают и внутренние моментные напряжения, которые определяются ротационными движениями в среде. Дальнейшую разработку это направление получило благодаря усилиям Трусдела, Тупина, Гриоли, Мидлина, Эрингена и других исследователей, в той или иной мере внесших свой вклад в построение более полной теории деформации в рамках классической механики сплошной среды [11–15].

Наиболее перспективным, по мнению автора, является подход, разрабатываемый в трудах [12–15], поскольку такой подход позволяет связать классические модели твердых сплошных сред с релятивистскими моделями полей в сплошных средах [3, 4] и подойти более системно к построению общей теории деформации твердых тел.

Исходя из ранее проведенных теоретических и экспериментальных исследований, а также исследований автора, можно с достаточной уверенностью предположить, что при нагружении твердых сплошных сред возникает не одно поле деформации (как традиционно принято), а два – трансляционное поле деформации (TD-поле) и ротационное поле деформации (RD-поле). Используя вариационный принцип наименьшего действия для твердой сплошной среды, покажем, что уравнения движения сплошной среды для трехмерного эвклидового пространства записываются в виде векторных дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных.

Для TD-поля можно записать

$$(\lambda + 2\mu + \gamma)\nabla\nabla \cdot \vec{u} - (\mu + \gamma)\nabla \times \nabla \times \vec{u} + \gamma\nabla \times \vec{\varphi} + \rho\vec{F} = \rho\ddot{\vec{u}}, \tag{14}$$

где $\vec{u}$ – вектор смещения точек сплошной среды; λ и μ – традиционные коэффициенты Ламе; γ – модуль кручения среды; $\vec{F}$ – внешние массовые силы; ρ – плотность среды.

Как видим, при отсутствии поля кручения (γ → 0) уравнение (14) превращается в традиционное уравнение Ламе [9]:

$$(\lambda+\mu)\nabla\nabla\cdot\vec{u}-\mu\nabla\times\nabla\times\vec{u}+\rho\vec{F}=\rho\ddot{\vec{u}}. \quad (15)$$

Используя вариационный принцип, а также уравнения (11) и (13) для RD-поля, запишем уравнения движения в виде

$$\alpha\nabla\nabla\cdot\vec{\varphi}-\beta\nabla\times\nabla\times\vec{\varphi}+\gamma\nabla\times\vec{u}-2\chi\vec{\varphi}+\rho\vec{l}=\rho j\ddot{\vec{\varphi}}, \quad (16)$$

где $\vec{\varphi}$ – аксиальный вектор угла поворота ориентированного трехвектора e_{β}^{α} в пространстве; α и β – модули деформации при вращении среды; $\vec{l}$ – удельный внешний вращательный момент; j – удельный (объемный) момент инерции.

Уравнение (16) описывает вращательные движения в твердой сплошной среде и является нерелятивистским упрощением уравнения (11).

Выводы

1. Современные классические теории поля базируются, как правило, на полярных взаимодействиях в трансляционных координатах, что позволило разработать ряд эффективных теорий: теорию упругости, теорию пластичности, теорию электромагнитного поля и ряд других.

Однако успехи в направлении разработки теории разрушения твердых тел значительно скромнее и связано это с отсутствием новых плодотворных идей в этом направлении.

2. Одной из таких идей является идея о наличии в пространстве поля кручения, о чем свидетельствует присутствие собственного момента (спина) у элементарных частиц и полей.

3. В релятивистской теории гравитации и электродинамики разрабатываются подходы, учитывающие как полярные, так и аксиальные (торсионные) взаимодействия, что может послужить фундаментальным обоснованием для теоретического описания подобных полей в твердой сплошной среде на классическом уровне.

4. Логика развития науки о движении сплошных сред, теоретические обобщения и экспериментальные исследования сред свидетельствуют о наличии двух типов деформационных полей при нагружении твердых тел – трансляционного поля деформации (TD-поля), связанного с поступательным движением точек сплошной среды, и ротационного поля деформации (RD-поля), связанного с вращательным движением точек среды.

5. Обобщение указанных полей деформации при линейных, нелинейных и запредельных деформациях позволяет рассматривать процессы разрушения горных пород с новых единых позиций.

1. *Зельманов А. Л., Агаков В. Г.* Элементы общей теории относительности. – М.: Наука, 1989. – 240 с.

2. *Weitzenbock R.* Invariantentheorie / Gröningen: Noordhoff, 1923. – 320 s.

3. *Cartan E., Schouten J.* // Proc. Knkl. nederl. akad., 1926. – Vol. 29. – P. 803–810.

4. *Шипов Г. Н.* Теория физического вакуума. – М.: НТ-Центр, 1993. – 362 с.

5. *Шипов Г. Н.* Геометрия абсолютного параллелизма. Ч. 1. Геометрия A_4 в векторном базисе. – М.: МНТЦ ВЕНТ, 1992. – 62 с.

6. *Einstein A* // Sitzungsber. Preuss, Akad. Wiss. Phys.–Math. – Kl, 1928. – s. 217.

7. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. Т. 2. Теория поля: Учеб. пособие. – 7-е изд., испр. – М.: Наука, 1988. – 512 с.

8. *Схоутен Я.* Тензорный анализ для физиков. М.: Наука, 1965. – 81 с.

9. *Голубева О. В.* Курс механики сплошных сред. – М.: Высшая школа, 1972. – 368 с.

10. *Voigt W.* Theoretisehe Studien über die Wissenschaften zu Elastizitätsverhältnisse der Krystalle / Abhandl. Ges. Göttingen, **34** (1887).

11. *Truesdell C., Toupin R. A.* // In “Handbuch der Physik”. Band 3. – S. 1. – Berlin: Springer, 1960.

12. *Mindlin R. D.* Arch. Rational Mech. Anal., **16** (1964), 51–78 / Рус. пер.: Механика, № 4 (86), 1964.

13. *Cosserat E., Cosserat F.* Theorie des Corps Deformables. – Paris: Hermann, 1909.

14. *Eringen A. C.* Mechanics of Micromorphic Continua // In “Proceedings of 1967 IUTAM Symposium on Generalized Continua”. – Berlin: Springer, 1968.

15. *Эринген А. К.* Единая теория термомеханических материалов. Механика. М.: Мир. – № 1. – 1967. – С. 135–157.

УДК 622.235

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ДЕТОНАЦІЇ ЦИЛІНДРИЧНОГО ЗАРЯДУ ВИБУХОВОЇ РЕЧОВИНИ НА ОБОЛОНКУ

П. З. Луговий, докт. техн. наук (ІМ НАН України),
О. О. Фролов, канд. техн. наук (НТУУ «КПІ»)

Исследовано влияние процесса детонации цилиндрических зарядов на движение оболочки. Установлено, что на движение оболочки оказывает влияние материал оболочки, ее конструктивные параметры, а также конструкция заряда взрывчатого вещества.

При проведенні підривних робіт на кар'єрах України для передачі детонації застосовують переважно детонувальний шнур (ДШ) марки ДШЭ-12. Однак при його використанні відбувається вигоряння вибухової речовини (ВР). Втрати ВР при цьому можуть досягати 20 %, що знижує загальний ефект вибуху. Для запобігання вигорянню ВР було розроблено ДШ з наважкою тену 6 г/м. Однак такий ДШ не забезпечує надійного ініціювання проміжного детонатора. Розміщення ДШ в гумовій трубці також не дало позитивних