

## КОЛИВАННЯ ОБСАДНИХ КОЛОН З УРАХУВАННЯМ ВПЛИВУ ЗАТРУБНОГО ПРОСТОРУ

*М. О. Лисюк, канд. техн. наук, П. З. Луговий, докт. техн. наук  
(ННДІОП)*

*С использованием теории цилиндрических оболочек типа Тимошенко исследовано импульсное осесимметричное нагружение зацементированной обсадной колонны при внутрискважинном взрыве. Математическое моделирование колебаний такой колонны выполнено численными методами. Получена количественная оценка характера колебаний трубы в зависимости от геометрических соотношений трубы, цементного кольца и уровня нагружения.*

Оскільки обсадна колона є важливим конструктивним елементом свердловини, то її поведінці під дією імпульсних навантажень приділяється велика увага. Так, у монографії [1] наведено інформацію про дію кульових та кумулятивних перфораторів на обсадні колони. Розглядається ефективність різних методів прострілювання залежно від конструкції свердловин і властивостей затрубного простору. В праці [2] скінченно-різницевим методом досліджено дію окремих видів перфораторів (ВПХ-98, ПК-103, ПКС-105) у конкретних свердловинах.

На основі експериментальних даних в [3] стверджується, що характер зміни деформації обсадної колони при прострілюванні її корпусними кумулятивними перфораторами такий же, як і безкорпусними перфораторами – зі зростанням гідростатичного тиску деформація зменшується. Дослідженнями [4] виявлено суттєвий вплив фізико-механічних властивостей затрубного простору на в'язкопластичне руйнування труб при внутрішніх вибухах. Цементне кільце або порода, які щільно прилягають до труби, зміцнюють трубу: деформація зацементованої труби в 3...4 рази менша, ніж у труби, яка знаходиться в повітрі [4]. Результати наведених досліджень однозначно вказують на зміцнення обсадної колони при її цементуванні, але для забезпечення безаварійної роботи свердловини необхідно детальніше вивчити динаміку обсадних труб з урахуванням впливу затрубного простору.

Дослідимо випадки, коли заряд, вибух якого генерує імпульсні навантаження на обсадну колону, знаходиться на осі обсадної труби. В цьому випадку конструкція циліндричної оболонки труби і навантаження, що діє на неї, є вісесиметричними; вісесиметричним є і поле пружних деформацій і коливань.

Для дослідження таких явищ використаємо теорію циліндричних оболонок типу Тимошенка на пружній основі у вісесиметричній постановці.

Нехай  $x$  – координата, направлена вздовж твірної оболонки;  $\bar{n}$  – внутрішня нормаль до її поверхні;  $u$  і  $w$  – компоненти, направлені вздовж осі  $Ox$  і нормалі  $\bar{n}$ ;  $p_n$  – інтенсивність внутрішнього імпульсного навантаження, що діє на

оболонку вздовж нормалі  $\vec{n}$ . Тоді рівняння руху елемента оболонки на пружній основі можна представити у вигляді [5]:

$$\begin{aligned} \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial N_1}{\partial x} &= 0; \\ \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{N_2}{R} &= p_n - cw; \\ \frac{\rho h^3}{12} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - Q + \frac{\partial M}{\partial x} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

де  $\rho$  – щільність матеріалу оболонки;  $h$  – товщина оболонки;  $N_1$  і  $N_2$  – внутрішні зусилля в оболонці у поздовжньому і кільцевому напрямках;  $Q$  і  $M$  – перерізуюча сила і згинальний момент в перерізі  $x = \text{const}$ ;  $\psi$  – кут повороту перерізу;  $t$  – час;  $c$  – коефіцієнт пружності основи;  $R$  – радіус оболонки.

Зусилля  $N_1$ ,  $N_2$ , що входять у (1), визначаються за формулами:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{Eh}{1-\nu^2} (\epsilon_1 + \nu \epsilon_2) = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left( \frac{\partial u}{\partial x} - \nu \frac{w}{R} \right); \\ N_2 &= \frac{Eh}{1-\nu^2} (\epsilon_2 + \nu \epsilon_1) = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left( -\frac{w}{R} + \nu \frac{\partial u}{\partial x} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

де  $E$  – модуль пружності матеріалу оболонки;  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона;  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  – відносні деформації середньої поверхні оболонки у відповідних напрямках.

Для вісесиметричної постановки:

$$\begin{aligned} M &= -\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)x} \frac{\partial \psi}{\partial x}; \\ Q &= Gh \left( \frac{\partial w}{\partial x} - \psi \right), \end{aligned} \quad (3)$$

де  $G$  – модуль зсуву.

Підставляючи (3) у друге рівняння (1), отримаємо

$$\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - hG \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) - \frac{N_2}{R} = p_n - cw, \quad (4)$$

звідки

$$\frac{d\psi}{dx} = \frac{p_n}{hG} - \frac{\rho}{G} \cdot \frac{d^2 w}{dt} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{N_2}{hGR} - \frac{c}{hG} \cdot w. \quad (5)$$

З допомогою цього виразу виключаємо  $\partial \psi / \partial x$  з правої частини першого рівняння (3):

$$M = \frac{-Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{p_n}{hG_2} + \frac{\rho}{G} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{1}{hGR} N_2 + \frac{cw}{hG_1} \right). \quad (6)$$

З третього рівняння (1) знаходимо:

$$Q = \frac{\rho h^3}{12} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + \frac{\partial M}{\partial x}.$$

Підставляючи вираз для  $Q$  в друге рівняння (1), отримаємо

$$\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{\rho h^3}{12} \cdot \frac{\partial^3}{\partial t^2} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial^2 M}{\partial x} - \frac{N_2}{R} = p_n - cw. \quad (7)$$

Запишемо рівняння (1) в розгорнутому вигляді і врахуємо в (7) вирази (5) і (6). У результаті отримаємо систему двох рівнянь в частинних похідних відносно двох шуканих функцій  $u$  і  $w$ :

$$\begin{aligned} & \rho h \ddot{u} - \frac{Eh}{1-v^2} \left( u'' - \frac{v}{R} \cdot w' \right) = 0; \\ & \frac{Eh^3}{12(1-v^2)} w^{IV} - \frac{\rho h^3}{12} \left( 1 + \frac{E}{G(1-v^2)} \right) \ddot{w}'' + \rho h \left( 1 + \frac{Eh}{12(1-v^2)GR^2} + \frac{ch}{12G_1} \right) \ddot{w}'' + \\ & + \frac{\rho^2 h^3}{12G} \ddot{w}'' - \frac{Eh^3}{12(1-v^2)G_1} \left( \frac{E}{R_2(1-v^2)} - \frac{c}{h} \right) w'' + \frac{Eh}{(1-v^2)R^2} w + \frac{E^2 h^2 v}{12(1-v^2)GR} u''' - \\ & - \frac{\rho Eh^3 v}{12(1-v^2)GR} \ddot{u}' - \frac{Ehv}{R(1-v^2)} u' + cw = p_n + \frac{\rho h^2}{12G} \ddot{p}_n - \frac{Eh^2}{12(1-v^2)G} p_n''. \end{aligned} \quad (8)$$

Тут штрихом позначено диференціювання по  $x$ , точкою – по  $t$ .

Система (8) описує динаміку циліндричної оболонки на пружній основі під дією вісесиметричного навантаження  $p_n$ . Вона складніша порівняно з рівнянням динаміки балки на пружній основі [6]. Ця система відрізняється також від рівнянь оболонок Кіргхофа–Лява присутністю похідної четвертого порядку по часові від функції  $w$ , а також похідними по  $x$  і  $t$  від інтенсивності навантаження  $p_n$ . У зв'язку з цим вона може бути використана для дослідження більш загальних і складних механічних явищ, зокрема для вивчення коливань обсадних колон з урахуванням впливу затрубного простору.

Слід зазначити, що рівняння оболонок типу Тимошенка гіперболічні і досить адекватно описують динамічну поведінку тонкостінних конструкцій при імпульсних навантаженнях.

Розглянемо вісесиметричні коливання довгих обсадних труб на пружній основі при нульових початкових умовах.

На внутрішню поверхню обсадної труби, зовнішня поверхня якої зацементована, діє імпульсне навантаження, характер якого визначається формулою

$$p_n = \begin{cases} p_m \sin \frac{\pi}{T} t, & 0 \leq t \leq T \\ 0, & t > T, \end{cases}$$

де  $p_m$  – максимальна амплітуда;  $T$  – тривалість навантаження.

Враховуючи відносну складність вихідних рівнянь (1), (8), отримати їх аналітичний розв'язок важко. Тому математичне моделювання коливань обсадної колони з врахуванням впливу затрубного простору проводилося чисельними методами. Для розв'язання наведених рівнянь використовувався інтегро-інтерполяційний метод побудови скінченно-різницевих схем по просторовій координаті  $x$  і явної схеми інтегрування по часовій координаті  $t$ . Використання явної скінченно-різницевої схеми інтегрування по координаті  $t$  дозволяє детально проаналізувати характеристики коливальних процесів обсадних колон у будь-який момент часу на досліджуваному часовому інтервалі.

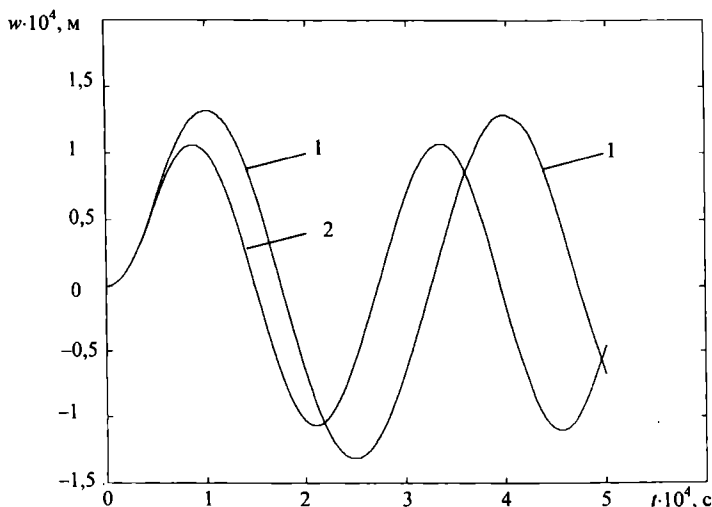
Конкретні розрахунки були проведені для обсадних труб з такими геометричними і фізико-механічними параметрами: 1)  $R = 0,0571$  м;  $h = 0,0057$  м;  $E = 2 \cdot 10^{11}$  Па;  $\nu = 0,3$ ;  $\rho = 7,8 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>; 2)  $R = 0,1314$  м;  $h = 0,0102$  м; 3)  $R = 0,525$  м;  $h = 0,0111$  м. Коефіцієнт пружної основи  $c = 2 \cdot 10^4$  МПа/м, що відповідає властивостям цементного каменю. Навантаження характеризується такими амплітудно-частотними величинами:  $p_m = 5$  МПа; 50 МПа; 100 МПа;  $T = 50 \cdot 10^{-6}$  с.

У таблиці наведено значення максимальних прогинів обсадних труб різних розмірів при трьох значеннях амплітуд. У верхніх рядках записані значення максимальних прогинів для обсадних труб, які коливаються в повітрі, в нижніх – ці значення з урахуванням впливу затрубного цементного каменю. Аналіз чисельних результатів показує, що максимальні прогини мають лінійну залежність від амплітуди імпульсного навантаження. Чим тонша обсадна труба, тим більший вплив затрубного простору на коливання обсадної колони.

$h/R$ \ $p_m$	5 МПа	50 МПа	100 МПа
0,100	$2,6 \cdot 10^{-5}$	$2,6 \cdot 10^{-4}$	$5,2 \cdot 10^{-4}$
	$2,4 \cdot 10^{-5}$	$2,4 \cdot 10^{-4}$	$4,8 \cdot 10^{-4}$
0,078	$6,3 \cdot 10^{-5}$	$6,3 \cdot 10^{-4}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$
	$5,3 \cdot 10^{-5}$	$5,9 \cdot 10^{-4}$	$1,18 \cdot 10^{-3}$
0,044	$1,3 \cdot 10^{-4}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$	$2,6 \cdot 10^{-3}$
	$1,07 \cdot 10^{-3}$	$1,08 \cdot 10^{-3}$	$2,13 \cdot 10^{-3}$

На рисунку зображено залежність нормального прогину  $w$  від часу для оболонки при  $\frac{h}{R} = 0,044$ ,  $p_m = 5$  МПа,  $R = 0,254$  м. Крива 1 ілюструє коливання обсадної труби у повітрі, крива 2 – коливання цієї труби з урахуванням впливу обсадного цементного каменю. З графіків випливає, що пружна основа суттєво впливає на коливальний процес обсадної колони. При застосуванні зарядів, які створюють максимальний тиск до 50 МПа, обсадні труби працюють у пружній області і виникнення аварійних ситуацій малоімовірно. Вплив цементного

каменю зменшує амплітуду коливань на 19,2% і період коливань на 20%, що зменшує ризик виникнення аварійної ситуації.



Моделювання процесу коливань конструкцій обсаджених свердловин під дією вибухових навантажень дозволить кількісно оцінити рівень небезпеки їх аварійного руйнування при різномасштабних свердловинних вибухах.

1. *Ловля С. А.* Прострелочно-взрывные работы в скважинах. – М.: Недра, 1987. – 214 с.

2. *Мамедов А. А.* Нарушения обсадных колонн при освоении и эксплуатации скважин и способы их предотвращения. – М.: Недра, 1974. – 172 с.

3. *Гошовский С. В.* Застосування енергії вибуху в технологіях спорудження свердловин. – К.: Наук. думка, 2000. – 171 с.

4. *Санасарян Н. Н.* Вязкопластическая деформация труб при взрыве ВВ в зависимости от свойств окружающей среды // Физика горения и взрыва. – 1971. – № 4. – С. 17–21.

5. *Луговой П. З., Лысюк Н. А.* О влиянии затрубного пространства на характер отражения взрывных волн в обсадных трубах с жидкостью // Вісник Донецького університету. Сер. А.1. – 2002. – С. 114–117.

6. *Gulyaev V. I., Melnik V. M., Yakovenko E. V.* The Dynamics of a Beam on an Elastic Base under a Moving Force and Movement (Timochenko Model) // Int. Appl. Mech. – 2000. – 36, № 12. – P. 1650–1656.