УДК 539.3: 622.235

ДИНАМИКА ПОЛИЭТИЛЕНОВОЙ ТРУБКИ ВОЛНОВОДА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОДВИЖНОЙ УДАРНОЙ НАГРУЗКИ

В. Г. Кравец, докт. техн. наук (НТУУ“КПИ”), П. З. Луговой, докт. техн. наук (ИМ НАНУ), А. З. Маргарян, инж. (ГосНИИХП, г. Шостка)

Виконано розв’язок задачі поширення в поліетиленовій оболонці детонуючого хвилеводу ударної хвилі, що ініціює струшування напиленого шару вибухової речовини з утворенням хвилі детонації в пилоповітряній суміші і переміщується каналом хвилеводу з постійною швидкістю. Встановлено оптимальні умови для забезпечення стійкого поширення детонаційних хвиль.

Ниже рассмотрим специфические волновые эффекты, которые порождаются в трубках, содержащих взрывчатые материалы, размеры которых в первоначальном состоянии гораздо меньше критических, но при определенном механическом воздействии на них они образуют смеси, способные поддерживать и передавать детонационные волны. Поскольку при инициировании детонации таких материалов могут генерироваться взрывные волны, имеющие различные профили и распространяющиеся с различными скоростями, важно проанализировать условия зарождения детонации и влияние параметров детонационной волны на динамику оболочки, содержащей ее. При этом, как показано в дальнейших исследованиях, могут достигаться критические значения этих параметров, при которых расчетные величины напряжений и прогибов в оболочке могут как неограниченно возрастать, так и оказываться инвариантными по отношению к действию взрывной нагрузки.

Рассмотрим удлиненные цилиндрические заряды, состоящие из цилиндрической оболочки, на внутреннюю поверхность которых равномерно нанесен слой взрывчатого вещества с толщиной меньше критического диаметра. Такой слой взрывчатого вещества практически не оказывает влияния на механические свойства оболочки, на которую он нанесен. Поэтому для исследования волн упругих деформаций в стенке оболочки, за счет действия которых распыляется взрывчатое вещество, используем уравнение движения цилиндрической оболочки для осесимметрического случая в виде (15) из [1]. Используя выражения (16) в [1], исключим из уравнений (15) функцию ψ, характеризующую поворот сечения.

В итоге получим систему двух уравнений с частными производными относительно двух искомых функций U_1 и U_n.

Системы (15)–(17) в [1] описывают динамику цилиндрической оболочки под действием осесимметрической нагрузки P_n. Она может быть использована для описания сложных механических явлений, в частности волн деформаций, которые участвуют в процессе распыления взрывчатого вещества.

Для постановки задачи о распространении в цилиндрической оболочке гармонических бегущих волн и волн, возбуждаемых подвижной взрывной нагрузкой, введем фазовую координату $X = x - Vt$, движущуюся со скоростью V. Тогда

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} = \frac{\partial u_1}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial x} = \frac{\partial u_1}{\partial x}; \frac{\partial u_1}{\partial t} = \frac{\partial u_1}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial t} = -V\frac{\partial u_1}{\partial x};$$

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2}; && \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = V^2\frac{\partial u_1}{\partial x};\\
&\frac{\partial u_n}{\partial x} = \frac{\partial u_n}{\partial x}; && \frac{\partial u_n}{\partial t} = -V\frac{\partial u_n}{\partial x};\\
&\frac{\partial^2 u_n{}^2}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u_n}{\partial x^2}; && \frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2} = V^2\frac{\partial^2 u_n}{\partial x^2};\\
&\frac{\partial^3 u_n}{\partial x} = \frac{\partial^3 u_n}{\partial x^3}; && \frac{\partial^4 u_n}{\partial t^4} = V^4\frac{\partial^4 u_n}{\partial x^4};\\
&\frac{\partial^4 u_n}{\partial x} = \frac{\partial^4 u_n}{\partial x^4}; && \frac{\partial^2 u_n}{\partial x^2\partial t^2} = V^2\frac{\partial^4 u_n}{\partial x^4}.
\end{aligned} \tag{1}$$

Система (17) в [1] с учетом (1) приводится к виду

$$\begin{aligned}
&h\left(\rho_1 V^2 - \frac{E}{1-\nu^2}\right)u_1'' + \frac{Eh}{1-\nu^2}\frac{\nu}{R}u_n'' = 0;\\
&\frac{Eh^3\nu}{12(1-\nu^2)}\left(\frac{E}{1-\nu^2} - \rho_1 V^2\right)u_1''' - \frac{Eh\nu}{R(1-\nu^2)}u_1' +\\
&+\left\{\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} - \frac{\rho_1 h^3}{12}\left[1 + \frac{E}{G(1-\nu^2)}\right]V^2 + \frac{\rho_1^2 h^3}{12G}V^4\right\}u_n^{IV} +\\
&+\left\{\rho_1 h\left[1 + \frac{Eh^2}{12(1-\nu^2)GR^2}\right]V^2 - \frac{E^2h^3}{12(1-\nu^2)GR^2}\right\}u_n'' +\\
&+\frac{Eh}{(1-\nu^2)R^2}u_n = P_n + \left[\frac{\rho_1 h^2}{12G}V^2 - \frac{Eh^2}{12G(1-\nu^2)}\right]p_n''.
\end{aligned} \tag{2}$$

Здесь штрихом обозначено дифференцирование по переменной X.

Система уравнений (2) описывает динамику цилиндрической оболочки под действием подвижной осесимметрической нагрузки P_n. Эта система является более сложной по сравнению с известными, так как содержит производные от интенсивности нагрузки P_n, что позволяет более точно описать влияние характера взрывных и детонационных волн на колебания оболочки.

Для более полного описания механизма распространения волн по цилиндрической оболочке надлежит изучить характер распространения собственных гармонических волн в цилиндрической оболочке.

Движение собственных волн в цилиндрической оболочке описывается системой однородных дифференциальных уравнений, получаемых из неоднородной системы (17) путем отбрасывания правых частей:

$$
\begin{aligned}
&\rho\ddot{u} - \frac{E}{1-\nu^2}u_1 + \frac{E\nu}{(1-\nu^2)R}u_{n1} = 0;\\
&\frac{Eh^2}{12(1-\nu^2)}u_n^{IV} - \frac{\rho h^2}{12}\left[1+\frac{E}{G(1-\nu^2)}\right]\ddot{u}_n'' + \rho\left[1+\frac{Eh^2}{12(1-\nu^2)GR^2}\right]\ddot{u}_n + \\
&+\frac{\rho h^2}{12G}\ddddot{u}_n - \frac{E^2h^2}{12(1-\nu^2)^2GR^2}u_n'' + \frac{E}{(1-\nu^2)R^2}u_n + \frac{E^2h^2\nu}{12(1-\nu^2)^2GR}u_1''' - \\
&-\frac{\rho h^2E\nu}{12(1-\nu^2)GR}\ddot{u}_1' - \frac{E\nu}{R(1-\nu^2)}u_1' = 0.
\end{aligned}
\tag{3}
$$

В этой системе точкой обозначено дифференцирование по времени t, штрихом – по пространственной переменной X.

Будем исследовать движение гармонической волны вида

$$U_1 = U\sin(kx - wt), \qquad U_n = W\cos(kx - wt). \tag{4}$$

Тогда

$$
\begin{aligned}
&U_1^{\mathrm{II}} = -Uk^2\sin(kx-wt); && U_1^{\mathrm{III}} = -Uk^3\cos(kx-wt);\\
&U_1^{\mathrm{I}} = -Ukw^2\cos(kx-wt); && U_1^{\mathrm{III}} = -Uk^2\sin(kx-wt);\\
&U_n^{\mathrm{I}} = -wk\sin(kx-wt); && U_n^{\mathit{II}} = -Wk^2\cos(kx-wt);\\
&U_n^{\mathrm{IV}} = Wk^4\cos(kx-wt); && U_n^{\mathrm{II}} = -Ww^2\cos(kx-wt);\\
&U_n^{\mathrm{II}} = Wk^2w^2\cos(kx-wt); && U_n^{\mathrm{IV}} = Ww^4\cos(kx-wt).
\end{aligned}
$$

После подстановки (4) в (3) и сокращения на $\sin(ux–wt)$, $\cos(ux–wt)$ получим однородную систему уравнений:

$$\left(\frac{Ek^2}{1-\nu^2} - \rho w^2\right)U - \frac{\varepsilon\nu k}{(1-\nu^2)R}W = 0; \tag{5}$$

$$
\begin{aligned}
&\frac{E\nu k}{R(1-\nu^2)}\left[\frac{\rho h^2}{12G}w^2 - \frac{\varepsilon h^2}{12(1-\nu^2)G}k^2 - 1\right]U + \left\{\frac{Eh^2}{12(1-\nu^2)k^4} - \frac{\rho h^2}{12}[1+\frac{\varepsilon}{G(1-\nu^2}]\times\right.\\
&\left.\times k^2w^2 - \rho\left[1+\frac{\varepsilon h^2}{12(1-\nu^2)GR^2}\right] + \frac{\rho^2h^2}{12G}w^4\right\}.
\end{aligned}
$$

Эта система имеет отличное от нулевого решение U, W только в случаях, когда определитель матрицы ее коэффициентов равен нулю. Из этого условия следует характеристическое (дисперсионное) уравнение

$$\left(\frac{Ek^2}{1-\nu^2}-\rho w^2\right)\left\{\frac{Eh^2}{12(1-\nu^2)}k^4-\frac{\rho h^2}{12}\left[\left[1+\frac{E}{G(1-\nu^2)}\right]\right]k^2w^2-\rho\left[1+\frac{Eh^2}{12(1-\nu^2)GR^2}\right]w^2+\right.$$

$$\left.+\frac{\rho^2h^2}{12G}W^4+\frac{E^2h^2}{12(1-\nu^2)GR^2}+\frac{E}{(1-\nu^2)R^2}\right\}+\frac{E^2\nu^2k^2}{(1-\nu^2)R^2}\left[\frac{\rho h^2}{12G}w^2-\frac{Eh^2}{12(1-\nu^2)G}k^2-1\right]=0.$$

Построенное дисперсионное уравнение является уравнением шестой степени относительно ω. Однако учитывая, что ω входит в него только в квадрате, это уравнение можно привести к кубическому уравнению относительно ω^2, затем найти три зависимости $\omega_i = \omega_i(u)$ (i = 1, 2, 3) и подсчитать три фазовые скорости движения гармонических волн вида (4) по формуле

$$v_i = \omega_i(k)/k \qquad (i = 1, 2, 3)\,. \tag{6}$$

Для назначения фазовой скорости v_i (i = 1, 2, 3) с помощью системы (4) определяется отношение U_i/W_i, характеризующее поляризацию волны.

Если отношение в правой части равенства (6) зависит от k, то гармоники (4) с различными длинами волны распространяются с разными скоростями. Такие волны называются диспергирующими. Если для выбранного i(i = 1, 2, 3) отношение $\omega_i(k)/k$ остается постоянным при любом k, то все гармонические волны данной i-той поляризации распространяются с одной и той же скоростью v_i и явление дисперсии (расплывание профиля негармонической волны) отсутствует.

Для построения зависимостей $\omega_i = \omega_i(k)$, определяемых уравнением (5), упростим это уравнение, учитывая, что ω и k входят в него только в четных степенях. Тогда, обозначив $\omega^2 = \Omega$, $k^2 = K$, приведем уравнение (5) к кубическому уравнению относительно Ω и K:

$$\left(\frac{Eh^2}{1-\nu^2}-\rho\Omega\right)\left\{\frac{Eh^2}{12(1-\nu^2)}K-\frac{\rho h^2}{12}\left[1+\frac{E}{G(1-\nu^2)}\right]k\Omega-\rho\left[1+\frac{Eh^2}{12(1-\nu^2)GR^2}\right]\Omega+\frac{\rho^2h^2}{12G}\Omega^2+\right.$$

$$\left.\frac{E^2h^2}{12(1-\nu^2)^2GR^2}k+\frac{E}{(1-\nu^2)R^2}\right\}+\frac{E^2\nu^2k}{(1-\nu^2)^2R^2}\left[\frac{\rho h^2}{12G}\Omega-\frac{Eh^2}{12(1-\nu^2)G}k-1\right]=0. \tag{7}$$

Поскольку коэффициенты при неизвестной Ω в этом уравнении представляют собой сложные выражения, запись соотношений для его корней сопряжена с громоздкими преобразованиями. Поэтому для построения зависимости $\Omega_i = \Omega_i(K)$ (i = 1, 2, 3) удобнее применить численные методы, в частности метод Ньютона и метод продолжения решения по параметру. Суть такого подхода в следующем. Представим уравнение (7) в виде

$$F(\Omega, K) = 0\,. \tag{8}$$

Пусть при некотором k_0 известно значение Ω_0 такое, что $(\Omega_0, K_0) = 0$. Дадим малое приращение ΔK_0 величине K и найдем соответствующее ему приращение $\Delta\Omega_0$ так, чтобы соотношение (8) удовлетворялось и при новых $\Omega_1 = \Omega_0 + \Delta\Omega_1$, $K_1 - K_0 = K_1$.

Тогда

$$F(\Omega_0 + \Delta\Omega_1, K_0 + K_1) \approx c. \tag{9}$$

Линеаризируем соотношение (9) окрестности состояния Ω_0, K_0. В итоге получим

$$\frac{\partial F}{\partial \Omega}\Delta\Omega_1 + \frac{\partial F}{\partial k}\Delta k_1 \approx 0 \tag{10}$$

Считая ΔK_1 известным, получим выражение для соотношения $\Delta\Omega_1$:

$$\Delta\Omega_1 = -\frac{\partial F}{\partial k}\Delta k_1 / \frac{\partial F}{\partial \Omega}. \tag{11}$$

Далее опять можно положить известными величины $\Omega_1 = \Omega_0 + \Delta\Omega_1$, $K_1 = K_0 + \Delta K_1$, давать приращение ΔK_1 и по формуле, аналогичной (11), находить $\Delta\Omega_2$, а затем новые значения $\Omega_2 = \Omega_1 + \Delta\Omega_2$, $K_2 = K_1 + \Delta K_2$ и т.д. При этом, однако, необходимо учитывать, что приближенное равенство $F(\Omega_i,K_i) \approx 0$ будет удовлетворяться все с меньшей точностью с увеличением i. Поэтому в уравнении вида (11) необходимо учитывать и новизну $F(\Omega_i,K_i)$. В результате получим

$$\Delta\Omega_i = -\left[\Delta k_i \frac{\partial F}{\partial k} + F(\Omega_i, k_i)\right] / \left[\frac{\partial F(\Omega_i, k_i)}{\partial k}\right]. \tag{12}$$

По разработанной методике выполнено исследование распространения гармонических волн в осевом направлении цилиндрической оболочки. Рассмотрена оболочка из полиэтилена с параметрами: $\rho = 940$ кг/м^3; $E = 0{,}76\cdot10^9$ Па; $\nu = 0{,}4$; $h = 0{,}95\cdot10^{-3}$ м; $R = 1{,}125\cdot10^{-3}$ м.

Решения дисперсионного уравнения для данной оболочки могут быть представлены графически и показаны как $\Omega = f(K)$, а также соответствующим им графиком ω–k. После извлечения корня только последняя зависимость ω–k сохранит прямолинейное очертание, две другие будут криволинейными. Это значит, что при параметрах ω, k, лежащих на последней прямой линии, отношение $V = (\omega/k)$ остается постоянным, все гармоники имеют одинаковую скорость волны V, поэтому волны такого типа не диспергируют. Волны, соответствующие двум другим кривым, имеют скорости выше, но они являются диспергирующими.

Выводы

Из анализа полученных данных следует, что в цилиндрической оболочке будет распространяться незатухающий волновой процесс, а это способствует механическому стряхиванию напыленного на внутреннюю поверхность полиэтиленовой оболочки взрывчатого вещества и созданию условий для стабильного продвижения детонационной волны по пылевзвешенному ВВ.

1. *Луговий П. З., Фролов О. О.* Дослідження впливу детонації циліндричного заряду вибухової речовини на оболонку // Вісник НТУУ „КПІ". Серія "Гірництво": Зб. наук. пр. – К.: НТУУ „КПІ": ЗАТ „Техновибух". – 2003. – Вип. 8. – С. 8–15.